

INSTITUT FÜR BAUSTOFFKUNDE UND STAHLBETONBAU  
DER TECHNISCHEN HOCHSCHULE BRAUNSCHWEIG  
DIREKTOR: o. PROF. DR.-ING. KARL KORDINA

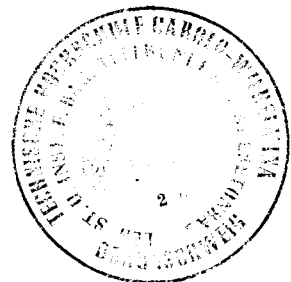
Bericht über die

Untersuchung der Traglast von kreiszylindrischen  
Tonnenschalen

Bericht erstattet von:

Dipl.-Ing. Ivanyi

1967



DK 624.046 : 624.074.4

## Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis

Literaturverzeichnis

Zusammenfassung

### 1. Einleitung

### 2. Experimentelle Versuche

#### 2.1 Beschreibung der Versuchsmodelle, Versuchsaufbau

##### 2.11 Versuchsmaterialien

##### 2.12 Herstellung der Versuchskörper

##### 2.13 Belastungseinrichtung

##### 2.14 Meßeinrichtung

#### 2.2 Versuchsdurchführung

#### 2.3 Meßergebnisse

#### 2.4 Beschreibung der einzelnen Versuchsschalen

### 3. Theoretische Untersuchungen

#### 3.1 Allgemeines

#### 3.2 Rechenverfahren zur Bestimmung der Traglast

##### 3.21 Annahmen

##### 3.22 Bestimmung der Deformationsgleichungen

##### 3.23 Auswertung der gewonnenen Ergebnisse

### 4. Auswertung der Versuchsergebnisse mit Hilfe des in 3.2 angeführten Rechenverfahrens

L i t e r a t u r v e r z e i c h n i s

- [1] Berank, W.J. -  
Bouma, A.L. -  
Van Riel, A.C. -  
Van Koten, H. -: Investigations on Model of eleven Cylindrical Shells made of Reinforced and Prestressed Concrete. Proceeding of the Symposium on Shell Research, Delft, 1961, S. 79 - 101
- [2] Billington, D.P. -  
Mark, R.: Small Scale Model Analysis of Thin Shells  
ACI Journal, Juni 1961
- [3] Flügge, W.F.: Statik und Dynamik der Schalen  
Springer-Verlag, Berlin, 1962
- [4] Iványi, G.: Das Tragverhalten von Stahlbetonbalken mit flachem, kreiszylindrischem Querschnitt. Dissertation, TH Braunschweig, 1967
- [5] Iványi, G.: Untersuchung des Tragverhaltens von flachen, zylindrischen Einzeltonnenschalen. Bericht des Instituts für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der TH Braunschweig, 1967, (Manuskript)
- [6] Kordina, K.: Das Tragverhalten einer Stahlbeton-Tonnenschale mit bauwerksnahen Abmessungen. Bericht des Instituts für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der TH Braunschweig, 1966, (Manuskript)
- [7] Kordina, K.: The Influence of Creep on the Buckling Load shallow Cylindrical Shells. Non-Classical Shell-Problems IASS-Symposium, Warsaw, 1963, S. 602 - 608
- [8] Kordina, K. -  
Iványi, G. : Über den Bruchmechanismus von Stahlbeton-Tonnenschalen.  
(Veröffentlichung in Vorbereitung)
- [9] Kollár, L.: Stability of Bent Shell-Arches.  
Acta Technica, Acad. Sci. Hung. Budapest, Tom XXXII (1961), Fasc. 3-4, 267 - 297.
- [10] Lundgren, H.: Cylindrical Shells.  
The Danish Technical Press, Kopenhagen, 1960, Vol. I
- [11] Timoshenko S.-  
Gere, J.M.: Theory of elastic Stability.  
Mc Graw-Hill Co., New York, 1961
- [12] Wolmir, A.S.: Biegsame Platten und Schalen.  
VEB-Verlag für Bauwesen, Berlin, 1962.

### Zusammenfassung

Nachfolgend wird über die im Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Technischen Hochschule Braunschweig durchgeführten Untersuchungen an flachen kreiszyllindrischen Stahlbeton-Tonnenschalen berichtet. Zielsetzung der Untersuchungen war, die Traglast bzw. die nötige Sicherheit gegen Bruch zu bestimmen.

Im ersten Teil des Berichts werden die anhand von Mörtelbeton-Großmodellen gewonnenen experimentellen Versuchsergebnisse wiedergegeben. Die untersuchten Schalen besaßen die Grundrißabmessungen von  $\sim 1,70 \times 3,00$  m, die Schalendicke betrug 1,5 cm. Es wurden 3 verschiedene Typen geprüft, jede in sehr flacher Ausführung, um eventuell auftretende Stabilitätserscheinungen beobachten zu können. Gemessen wurde das Verformungsverhalten des mittleren Querschnitts. Die wichtigsten Meßergebnisse sind aus den beigefügten Diagrammen ersichtlich.

Im zweiten, theoretischen Teil wurden die Meßergebnisse unter Zugrundelegung des im Institut entwickelten Traglastverfahrens für balkenartige Flächentragwerke ausgewertet. Das Wesentliche dieses Verfahrens ist, daß es auf iterativem Wege die Berücksichtigung von großen Deformationen und gerissener Zugzone ermöglicht. Dabei können Traglast und Stabilitätsfälle sowie zeitabhängige Einflüsse und Ausführungsungenauigkeiten ebenfalls berücksichtigt werden.

Ein Vergleich zwischen theoretischen und experimentellen Ergebnissen zeigte eine gute Übereinstimmung.

## Untersuchung der Traglast von Flächentragwerken

### 1. Einleitung

Berechnungsverfahren, mit denen flächenartige Stahlbeton-Bauteile im Gebrauchszustand bemessen werden können, sind allgemein bekannt. Es liegen jedoch wenige Ergebnisse vor, mit denen die Traglast bzw. die Sicherheit gegen Bruch derartiger Konstruktionselemente vorausgesagt werden können. Um die Traglast zu bestimmen, müssen die Eigenschaften des Stahlbetonmaterials berücksichtigt werden, da die für den Gebrauchszustand vorhandenen theoretischen Ergebnisse auf der Elastizitätstheorie beruhen und dementsprechend nach dem Erreichen der Zugfestigkeit des Betons ihre Gültigkeit verlieren. Weiterhin muß bei flächenartigen Konstruktionen mit einem evtl. Stabilitätsverlust gerechnet werden. Bei der Bestimmung der Stabilitätslast können jedoch Besonderheiten des Stahlbetons, wie versagende Zugzone und nicht-elastisches Verhalten des Betons, nicht vernachlässigt werden.

Um diese Fragen zu beantworten, wurden im Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der TH Braunschweig (weiterhin: Institut) seit 1962 experimentelle Klein- und Großmodellversuche sowie theoretische Untersuchungen durchgeführt. Die Versuchsergebnisse wurden unter [5], [6], [7] und [8] wiedergegeben.

Das im vorliegenden Bericht zu beschreibende Versuchsprogramm wurde im wesentlichen in Anlehnung des in [4] dargelegten Traglast-Bestimmungsverfahrens aufgestellt. Für die durchzuführende Versuchsserie wurde die kreiszylindrischen Tonnenschale wegen ihrer häufigen Verwendung gewählt. Da die in [5] beschriebenen bewehrten Asbest-Zement-Schalenversuche nicht in jeder Richtung eine befriedigende Übereinstimmung mit den tatsächlichen Stahlbeton-Tonnenschalen zeigten, wurde für dieses Programm ein Feinkornbeton (Mikrobeton) bei entsprechend größeren Modellabmessungen gewählt. Ein Tonnenschalenversuch im Maßstab 1 : 1 war bereits im Jahre 1965 am Institut durchgeführt worden. Dabei zeigte sich, daß sich die Handhabung derartig großer Versuchsstücke ungünstig auf die Versuchsdurchführung auswirkt.

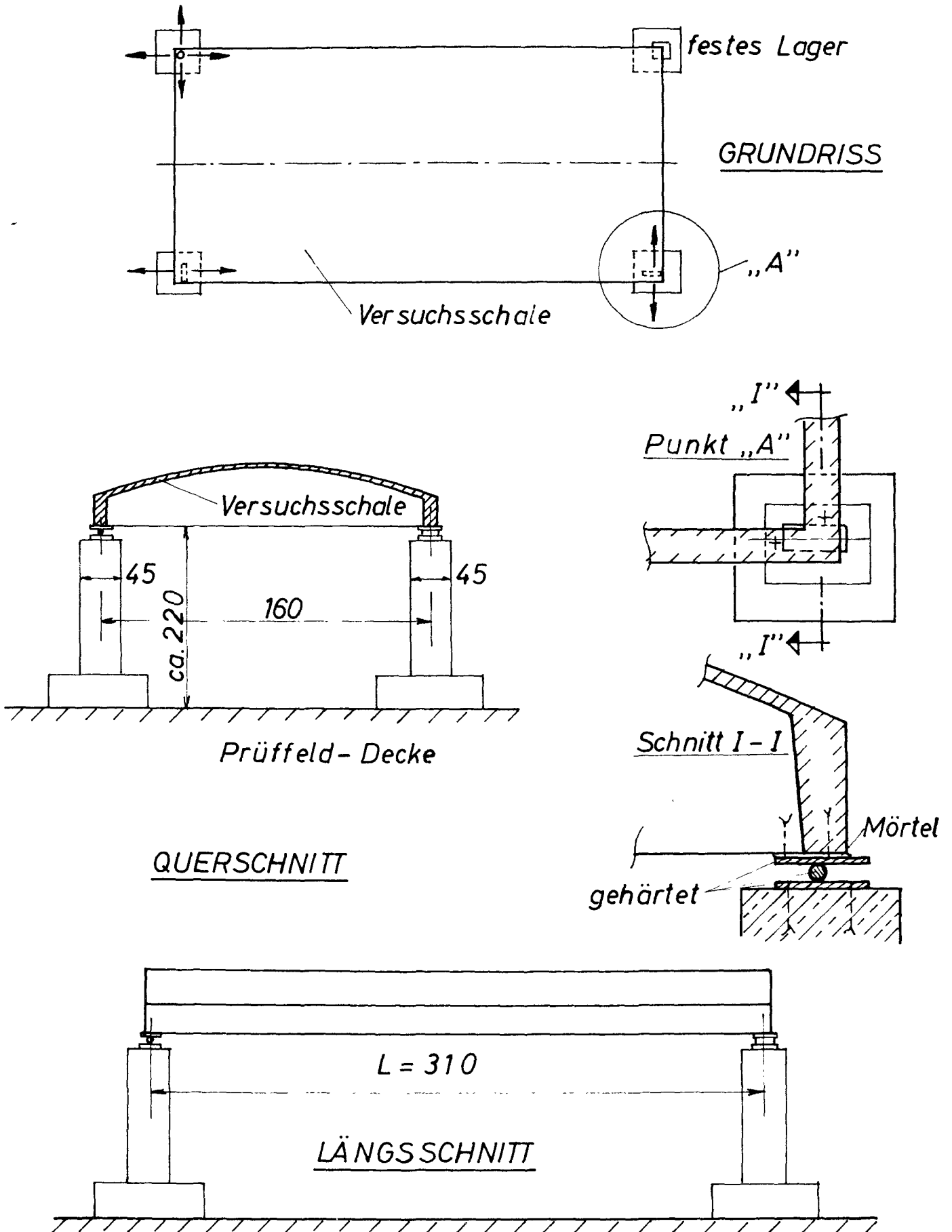
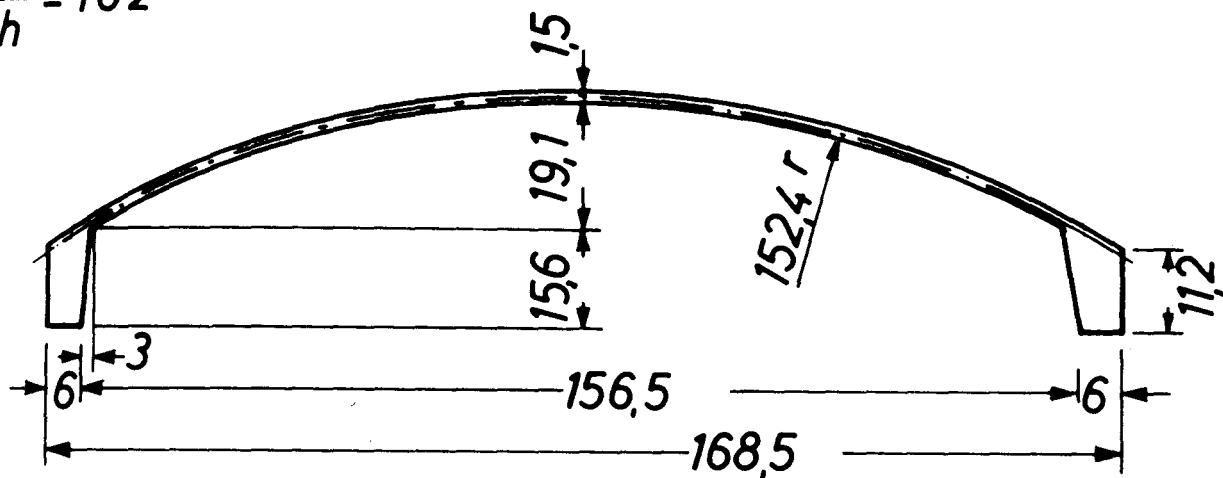


Bild 1

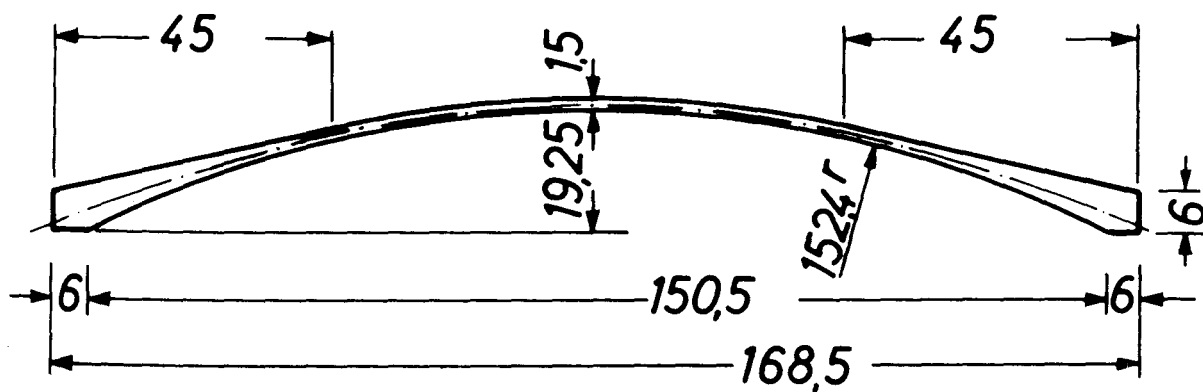
## Versuchsschale Nr. 1

$$\frac{R}{h} = 102$$



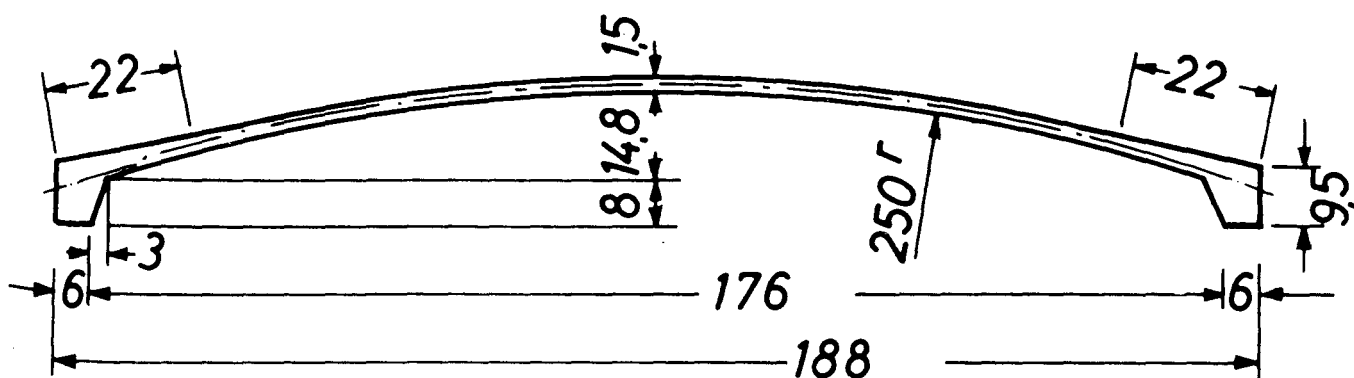
## Versuchsschale Nr. 2

$$\frac{R}{h} = 102$$



## Versuchsschale Nr. 3

$$\frac{R}{h} = 167$$



Kornzusammensetzung nach DIN 1045  
Anteile in Gew.-%

Korngruppe in mm	Probe 1		Probe 2		Probe 3		Mittelwert	
	gr	%	gr	%	gr	%	Einzel %	Summe %
0 - 0,2	49	2,5	68	3,4	65	3,2	3,0	3,0
0,2 - 1	1320	66,0	1312	65,6	1323	66,2	65,9	58,9
1 - 3	286	14,3	278	13,9	280	14,0	14,1	83,0
3 - 7	303	15,1	293	14,7	291	14,6	14,8	97,8
> 7	42	2,1	49	2,4	41	2,0	2,2	100
Summe	2000	100	2000	100	2000	100	100	-

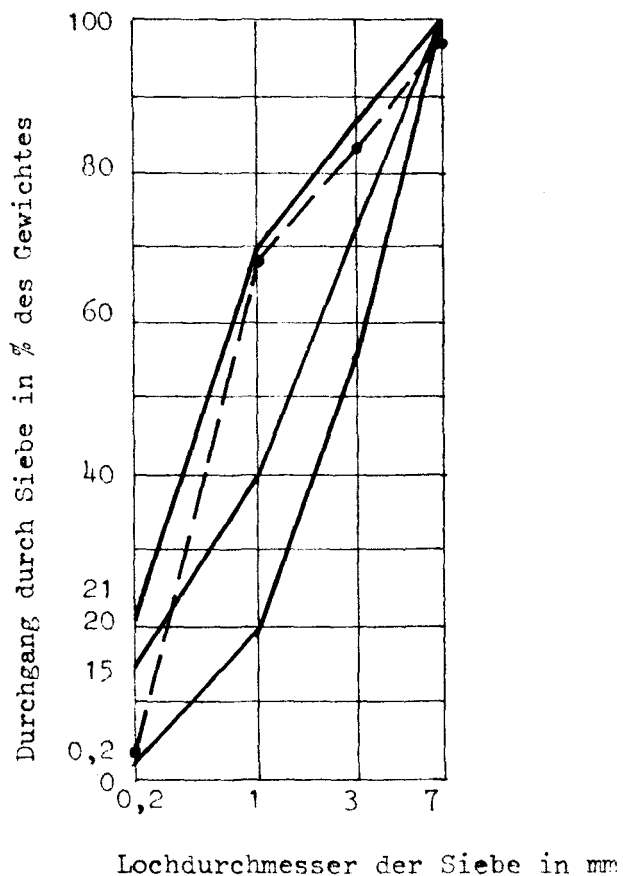


Bild 3



Über Modellversuche an Mörtelbeton-Tonnenschalen wird auch in [1] und [2] berichtet. Diese Versuche dienten jedoch zur Kontrolle der Berechnungsmethode für den Gebrauchszustand.

Die hier vorliegenden Erfahrungen mit dem Modellmaterial ließen es zweckmäßig erscheinen, die minimale Schalendicke wegen der erforderlichen Doppelbewehrung mit 1 1/2 cm zu begrenzen. Die übrigen geometrischen Abmessungen der geplanten Versuchsstücke wurden durch die so festgelegte minimale Schalendicke bestimmt. Bei einer Kostenaufgliederung zeigte sich, daß mit den zur Verfügung stehenden Mitteln und der hier gewählten Modellgröße 3 Versuchsschalen geprüft werden konnten. Diese Vorbedingung muß bei der Betrachtung der an den 3 Schalen gewonnenen Versuchsergebnisse berücksichtigt werden.

Im nachfolgenden Kapitel 2 wird zuerst im einzelnen über die Versuchsvorbereitungen und Durchführung berichtet. In Kapitel 3 werden die wichtigsten Ergebnisse auf Grund [4] dargelegt. Schließlich werden die Versuchsergebnisse in Kapitel 4 nach der angeführten Rechenmethode nachgewiesen und kritisch betrachtet.

## 2. Experimentelle Versuche

### 2.1 Beschreibung der Versuchsmodelle, Versuchsaufbau

#### 2.1.1 Versuchsmaterialien

Die in den Bildern 1 und 2 dargestellten Schalenkörper wurden aus Feinkornbeton hergestellt.

a) Beton: Eine geeignete Betonkornzusammensetzung wurde nach längeren Vorversuchen erprobt und danach wie folgt festgelegt:

<u>Korngröße</u>	<u>%-Satz</u>
0 - 3	85
3 - 7	15

Die sich daraus ergebende Sieblinie ist in Bild 3 wiedergegeben.

Es wurde Alemannia-Zement Z 275 verwendet. Besondere Zementuntersuchungen wurden nicht vorgenommen. Der Wasserzementfaktor betrug in jedem

Falle 0,65. Dies ergab einen plastischen und gut bearbeitbaren Frischbeton. Die Mischdauer betrug 90 Sekunden.

Um die Festigkeitseigenschaften des erhärteten Betons zu bestimmen, wurde gleichzeitig eine größere Anzahl von Prüfkörpern hergestellt. Die sich daraus ergebenden Festigkeitswerte für die Schalen 1, 2 und 3 sind in der nachstehenden Tabelle I zusammengefaßt.

T a b e l l e I

P r ü f a r t	Schale Nr. 1		Schale Nr. 2		Schale Nr. 3	
	7 Tg.	28 Tg.	7 Tg.	28 Tg.	7 Tg.	28 Tg.
Würfelfestigkeit 10/10	225	244	119	273	166	252
Würfelfestigkeit 20/20/20	-	297	171	328	181	286
Prismenfestigkeit	-	316	163	226	159	203
Biegezugfestigkeit	-	34,3	-	23,5	-	27,1
E-Modul	269.100		237.660		250.000	

b) Stahl: Die Längsbewehrung der Schalen bestand aus Stahl IIIb. Eine Untersuchung der verwendeten Stahlstäbe wurde bei jeder Schale vor dem Versuch bzw. nach dem Versuch an den aus den zerstörten Schalen entnommenen Probestücken durchgeführt. Die Prüfergebnisse sind in Tabelle II wiedergegeben.

T a b e l l e II

	Schale Nr. 1 Ø 8	Schale Nr. 2 Ø 10	Schale Nr. 3 Ø 12
Streckgrenze	5172	4042	4545
Zugfestigkeit	6156	4960	5668
E-Modul	$1,990 \cdot 10^6$	$2,137 \cdot 10^6$	$2,147 \cdot 10^6$

Die Bewehrung des Schalensegmentes erfolgte mit der kleinsten Baustahl-gewebe-Lagermatte (N 98). Die einzelnen Stäbchen der Matte wurden auf ihre Zugfestigkeit hin untersucht, wobei eine beträchtliche Abweichung zwischen Quer- und Längsstäbchen festgestellt wurde. Die Prüfergebnisse sind aus Tabelle III zu ersehen.

T a b e l l e   I I I

	Längsrichtung	Querrichtung
Streckgrenze	6673	- +)
Zugfestigkeit	7690	7116
$\sigma_{0,01}$	3776	4530

+) konnte nicht bestimmt werden

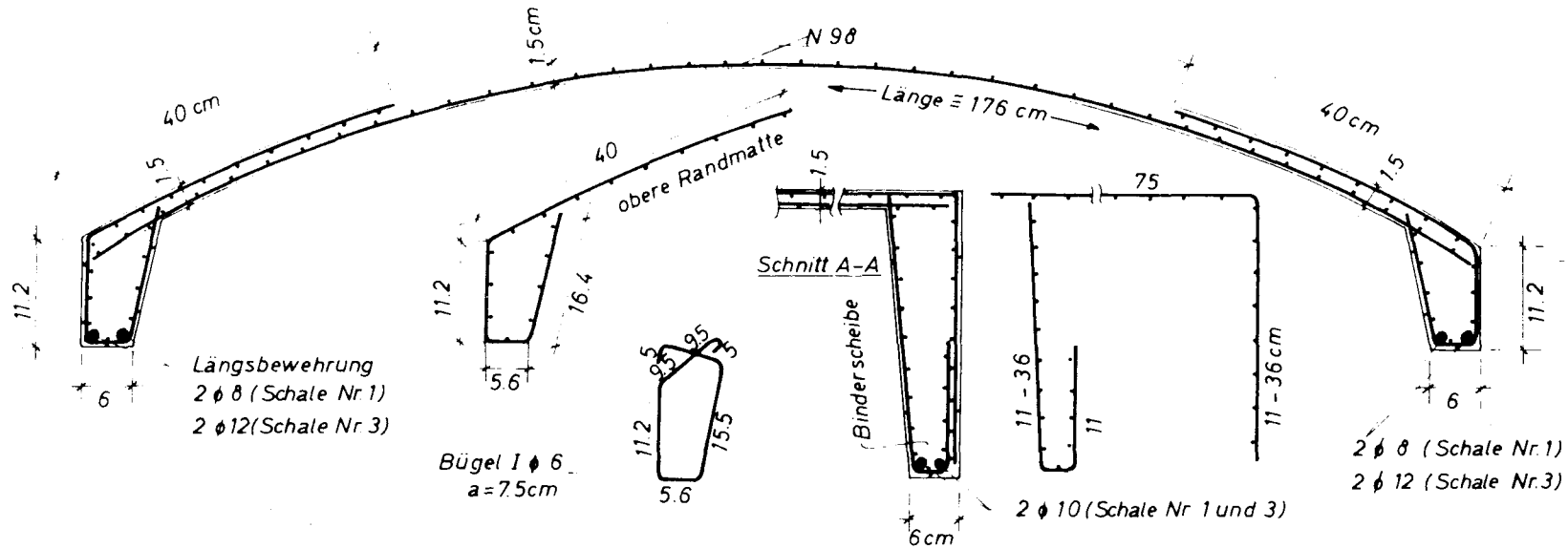
## 2.12 Herstellung der Versuchskörper

Die Versuchsschalen wurden im Institut hergestellt.

a) Schalung: Die Schalung bestand aus ausgesteiften "Leitbogenelementen", die dann, um eine glatte Fläche zu erzielen, mit 4 mm dicken Betonit-Platten bezogen wurden. Die so entstandene "Kernschalung" konnte bei Schale 1 bzw. 2 ohne wesentliche Änderungen verwendet werden; für Schale 3 mußte eine neue Schalung erstellt werden (s. Bild I).

b) Bewehrung: Der Bewehrungsplan von Schale 1 ist in Bild 4, die davon abweichenden Bewehrungsdetails der Versuchsschale Nr. 2 aus Bild 5 zu ersehen. Die fertige Bewehrung stellen die Bilder II und III dar. Um die Längsbewehrung der Schale für einen späteren rechnerischen Nachweis exakt erfassen zu können, wurden die Längsstäbe der Matte im mittleren Bereich der Schale in jeder zweiten Masche durchgeschnitten. Ein Abstandhalter zwischen unterer Bewehrungslage bzw. der Schalung wurde nicht vorgesehen, da die Matten so verlegt waren, daß die durchge-

# QUERSCHNITT



# GRUNDRISS

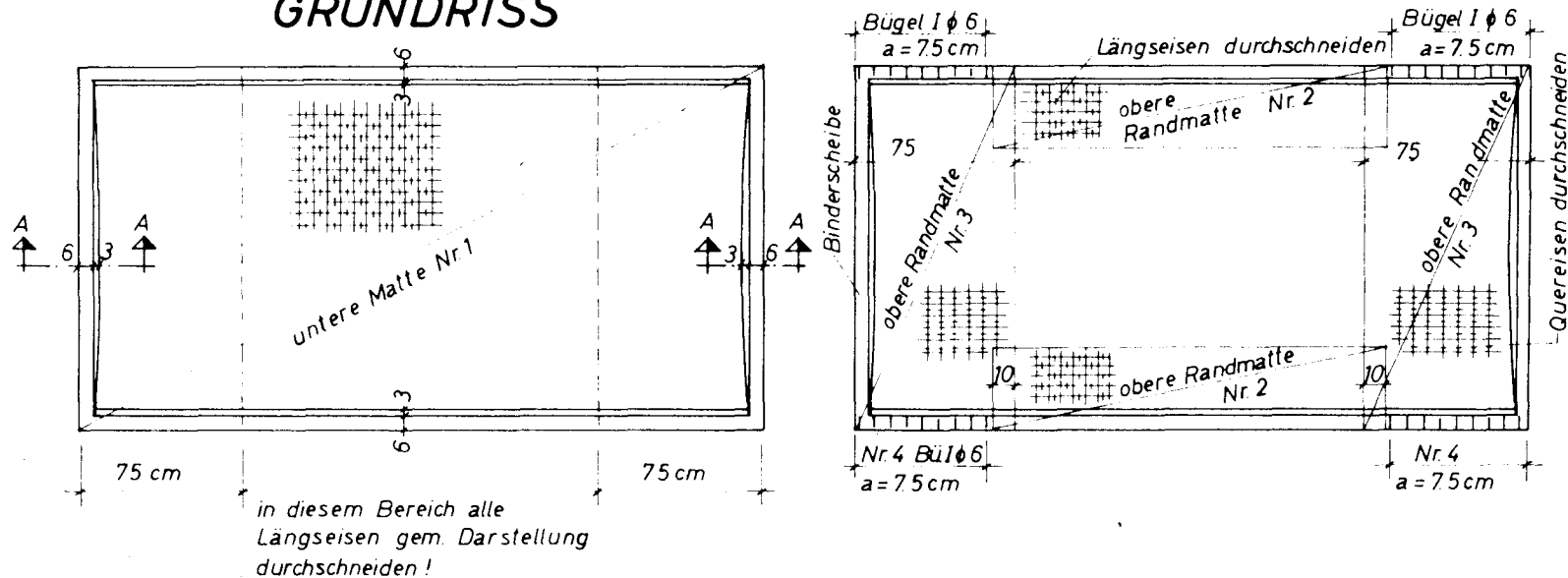


Bild 4

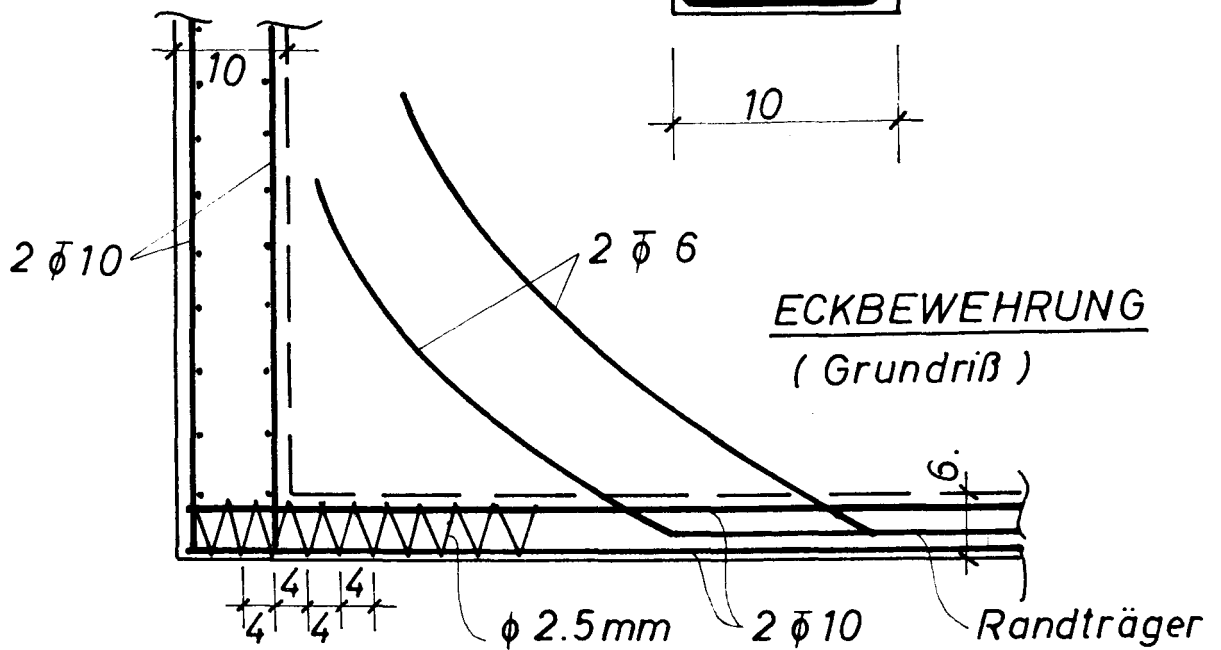
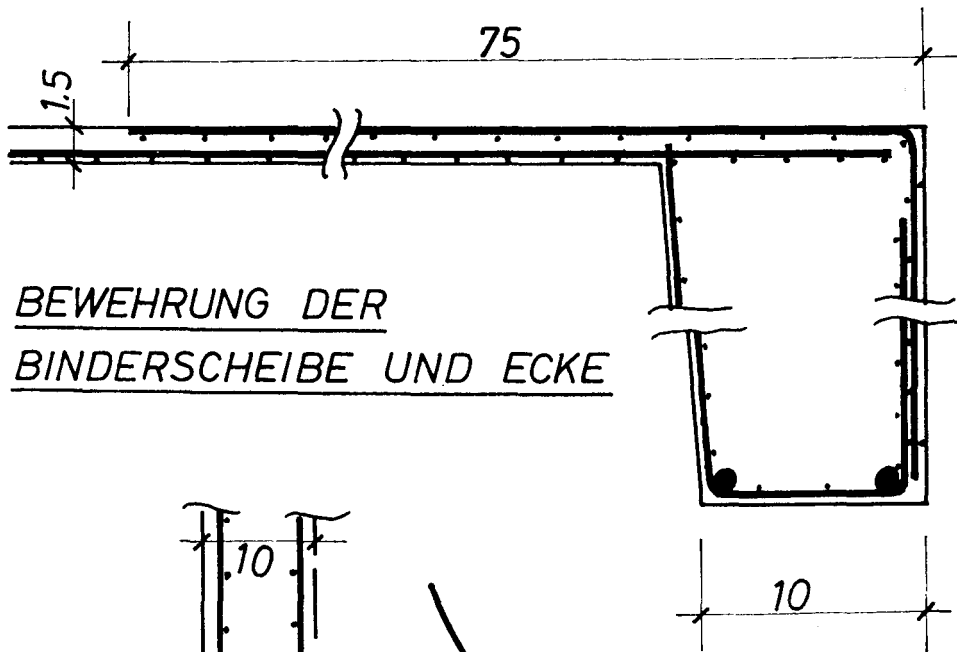
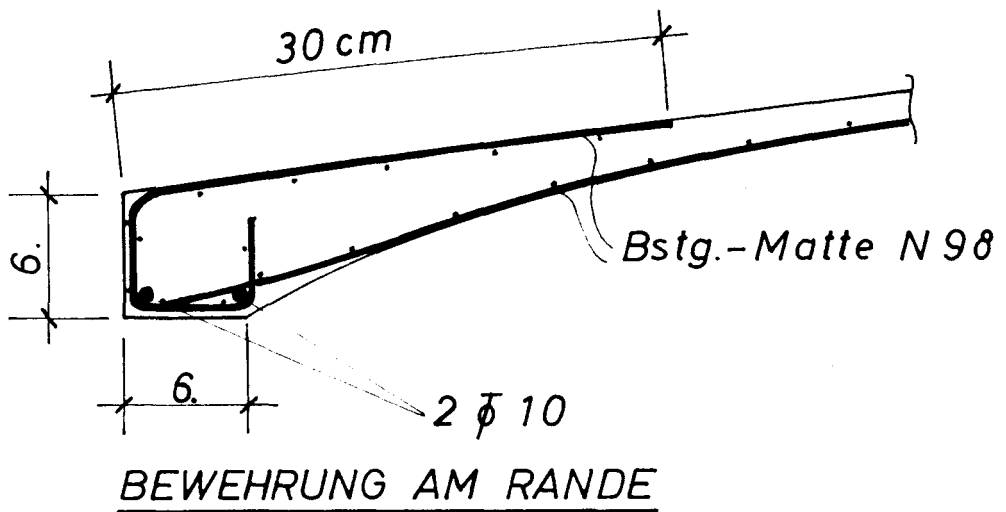
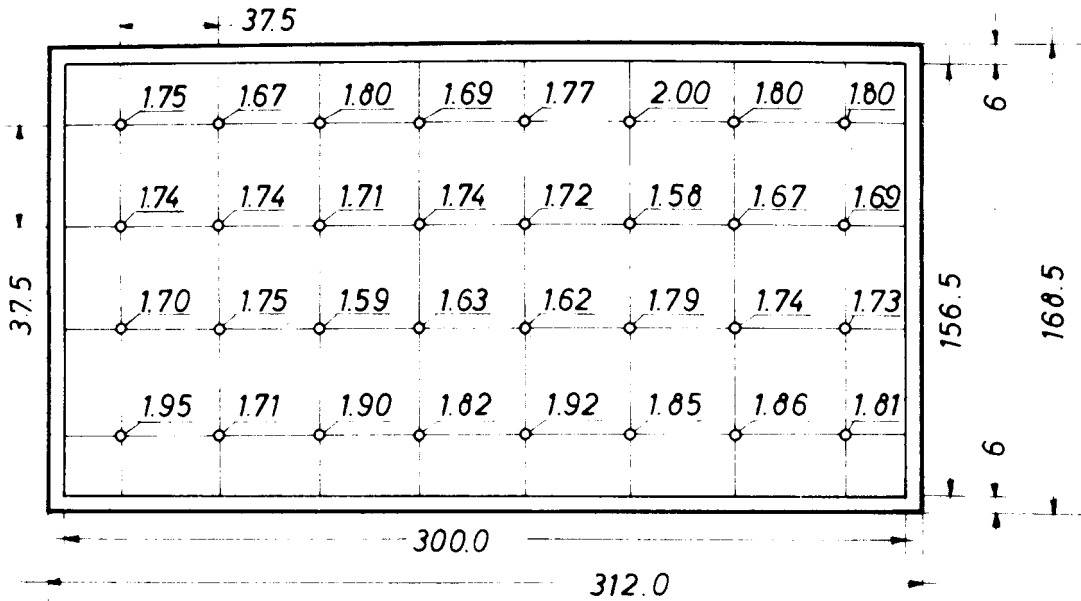
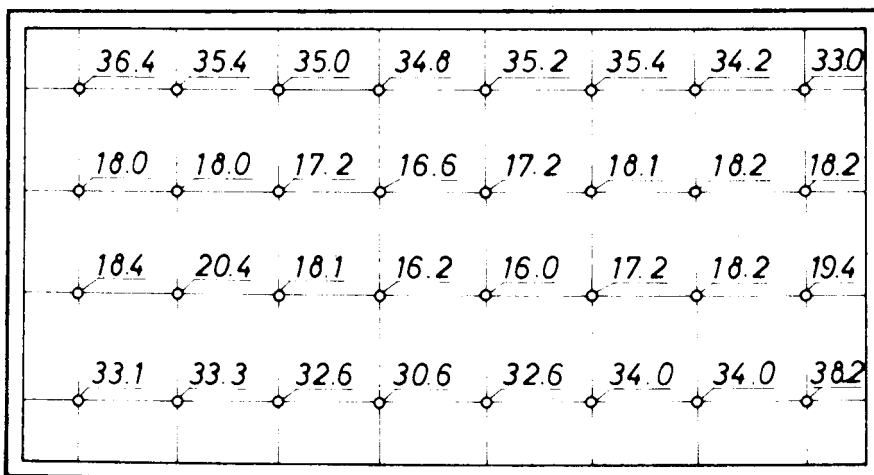


Bild 5

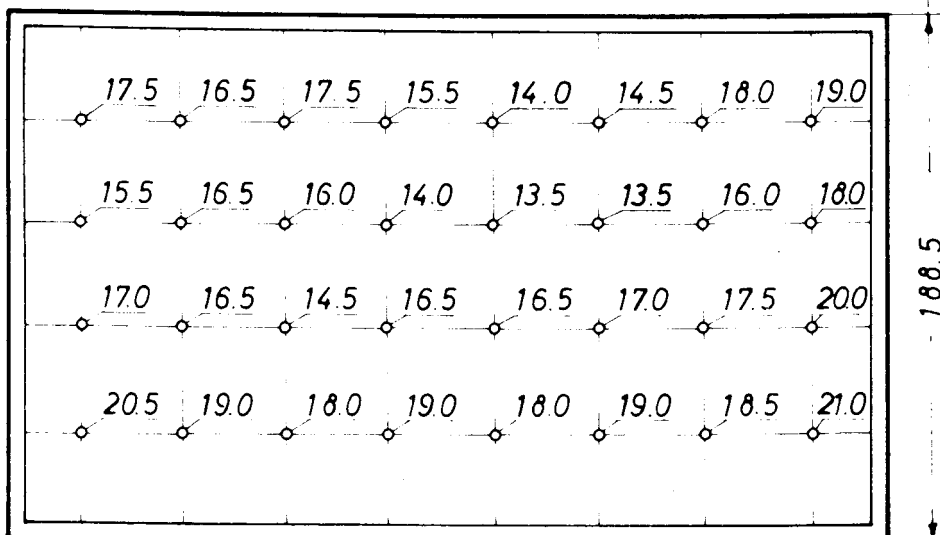
## Versuchsschale Nr. 1



## Versuchsschale Nr. 2



## Versuchsschale Nr. 3



schnittenen Längsstäbe auf der Schalung auflagen. Die obere Mattenlage wurde durch die für die Lasteintragungen vorgesehenen Aussparungen in der genauen Höhe gehalten. Die Eckpunkte der Schalen bzw. die Binderscheiben wurden gegen einen evtl. frühzeitigen Schubbruch ausreichend gesichert (s. Bild II und 5).

c) Betonieren: Der Frischbeton wurde in der zentralen Mischanlage des Instituts hergestellt. Der Beton wurde in den Randträgern bzw. den Endscheiben mit Flaschenrüttlern, im Schalenteil mit einem Rüttelbrett bearbeitet. Durch eine sorgfältig hergestellte Außenschalung war es möglich, mittels Rüttelbrett die Sollschalendicke von  $1\frac{1}{2}$  cm mit großer Genauigkeit einzuhalten. Bei Schale 1 konnte das Rüttelbrett nicht verwendet werden, so daß die Abweichungen in der Schalendicke bei diesem Modell wesentlich größer waren. Nach dem Ausschalen der Schalenkörper wurden Messungen der Schalendicke vorgenommen, deren Ergebnisse in Bild 6 dargestellt sind.

#### 2.13 Belastungseinrichtung

Die Belastung der Schale erfolgte durch eine Zugpresse, deren Zugkraft durch Lastverteilerträger auf 32 Schalenoberflächenpunkte weitergeleitet wurde (siehe Bild VI, Bild 7). Die Zugpresse wurde mittels einer Halterung an der unteren Kante der Prüffelddecke befestigt. Der Schalenteil wurde in den Lasteintragungspunkten durch nachträgliches Aufbetonieren auf einer Fläche von  $10 \times 10$  cm verstärkt. An jedem Verzweigungspunkt der Belastungseinrichtung wurde eine allseitige Verdrehung durch Kugelgelenke ermöglicht, wodurch, wie später die Versuche auch ergaben, die Belastungseinrichtung jeder Verformung der Schalenfläche folgen konnte.

#### 2.14 Meßeinrichtung

Es wurden mechanische Messungen für die Deformationen bzw. elektrische Dehnungsmessungen vorgenommen. Mit beiden Meßvorrichtungen wurde nur der mittlere Querschnitt untersucht.

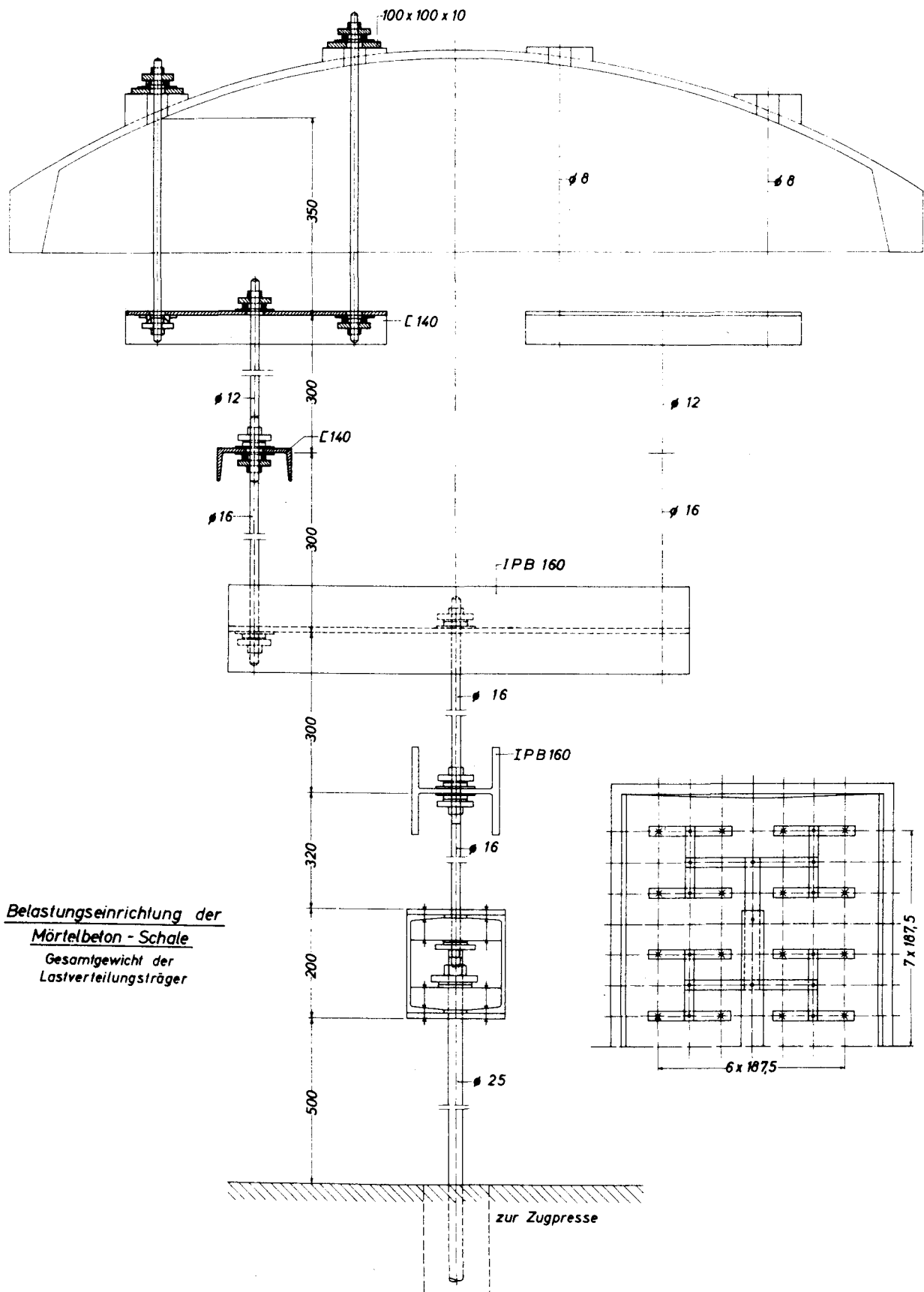
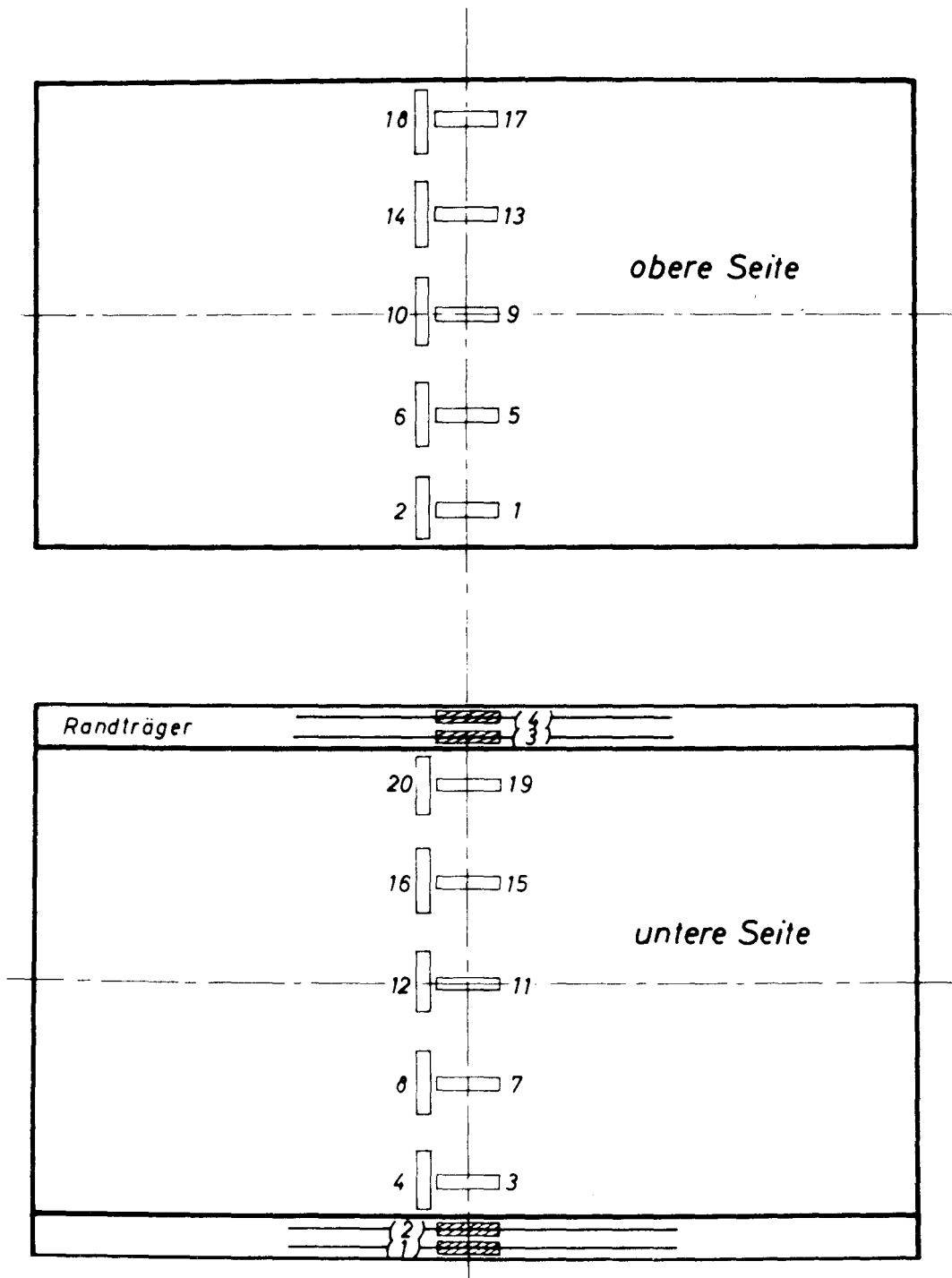


Bild 7



## Anordnung der Dehnungsmeßstreifen



Meßstreifen (1) (2) (3) (4): auf Längseisen geklebt

Bild 8

Die Durchbiegungsmessungen wurden für den Anfangsbereich der Belastung mit mechanischen Meßuhren (Meßgenauigkeit 1/100 mm) bzw. für die großen Deformationen mit Meßrollen (Meßgenauigkeit 1/10 mm) durchgeführt. Beide Meßeinrichtungen wurden auf einen Stahlrahmen aufgebaut (siehe Bild VII). Dehnungsmessungen wurden einerseits durch auf die Längsbewehrungsstäbe geklebte und wasserdicht isolierte 2 cm lange, andererseits durch auf die Betonoberfläche geklebte 3 cm lange Hottinger Dehnungsmeßstreifen vorgenommen. Die Anordnung der Betondehnungs-Meßstreifen ist in Bild 8 dargestellt. Die Dehnungen wurden mit Hilfe eines automatischen Abfragegerätes registriert.

## 2.2 Versuchsdurchführung

Die Versuchsmodelle wurden im Alter von 28 Tagen geprüft. Die ausgeschalteten Schalen lagen an den 4 Eckpunkten auf Betonpfeilern in einer Höhe von 2,20 m auf und wurden entsprechend dem statischen System nach Bild 4 gelagert. Die relativ große Höhenlage des Modells ergab sich aus der 5-fachen Aufteilung der Belastungseinrichtung.

Eine Nullmessung wurde jeweils unter Eigengewicht vorgenommen; danach wurde die bis dahin mit einem Holzgerüst unterstützte Belastungseinrichtung mit Hilfe eines Kranes hochgehoben und an den Lasteintragungspunkten befestigt. Eine zweite Messung wurde dann unter Eigengewicht + Belastungseinrichtung durchgeführt. Der eigentliche Belastungsvorgang begann, als der Kolben der Zugpresse hochgefahren wurde und die Verbindung zwischen der Zugstange der Presse und dem ersten Lastverteilerträger hergestellt wurde. Die Belastung erfolgte danach etwa in 400 - 450 kg-Schritten. Dies entspricht etwa 80 bis 90 kg/m<sup>2</sup> Flächenlast, bezogen auf die Schalenfläche. Die Dauer der Aufbringung einer Laststufe betrug in der Regel etwa 2 Minuten. Eine Meßperiode dauerte etwa 4 - 5 Minuten. Diese relativ kurze Zeitdauer wurde durch die automatische Abfragung aller Dehnungsmeßstreifen ermöglicht.

Der Bruch trat im allgemeinen zwischen der 15. und 20. Laststufe ein.

### 2.3 Meßergebnisse

Die Meßergebnisse sind in den Bildern 9 bis 13 wiedergegeben. Entsprechend der vorhandenen Meßeinrichtung wurden folgende Meßwerte dargestellt:

- a) Belastungs-Durchbiegungsdiagramm (Bild 9)
- b) Querdeformationen der mittleren Schalenquerschnitte (Bild 10)
- c) Belastungs-Stahldehnungsdiagramm (Bild 11)
- d) Belastungs-Scheitelstauchungsdiagramm (Bild 12)
- e) Querbiegemomentenverteilungen (Bild 13)

### 2.4 Beschreibung der einzelnen Versuchsschalen

Schale 1: Diese erste Versuchsschale war als Testversuch zur Erprobung der Belastungseinrichtung und des Meßverfahrens gedacht. Der Bruch stellte sich beim Fließen der Stahleinlage ein. Während des Fließvorganges konnte kurz vor dem Bruchzustand eine totale Verflachung des Schalensegmentes beobachtet werden. Die Bruchbilder der Schale (s. Bild VIII und IX) zeigen ganz deutlich, daß die sekundäre Bruchursache in den übermäßig angewachsenen Querbiegemomenten zu suchen ist.

Schale 2: An dieser Schale wurde die Stabilisierung durch eine gleichmäßige Querschnittsverdickung (siehe Bild 2 und 5) untersucht. Wie aus dem Vergleich des rechnerischen und tatsächlich gemessenen Abminderungsfaktors ersichtlich ist (Tabelle IV), wurde in diesem Falle die Wirkung eines Verflachungseffektes völlig aufgehoben. Es wurde sogar festgestellt (s. Bild 9), daß zum Teil dem Brazier-Effekt entgegengesetzte Querdeformationen auftraten. Der Bruch erfolgte "balkenartig" (siehe Bild X und XI). Man konnte eine deutliche Plastifikation der Druckzone beobachten.

Schale 3: Bei diesem Versuch wurde ein Stabilitätsfall angestrebt. Der Versuch zeigte, daß "stabilitätsgefährdete" Konstruktionen nicht ausgeführt werden sollten, da die charakteristische Kurve für die Längskrümmungs-Scheiteldurchbiegung in dem Bereich des kritischen Biegemomentes sehr flach, ohne ausgesprochene Spitze verläuft, d.h. Ausführungsgenauigkeiten und Kriechen einen schlagartigen Stabilitätsverlust hervorrufen

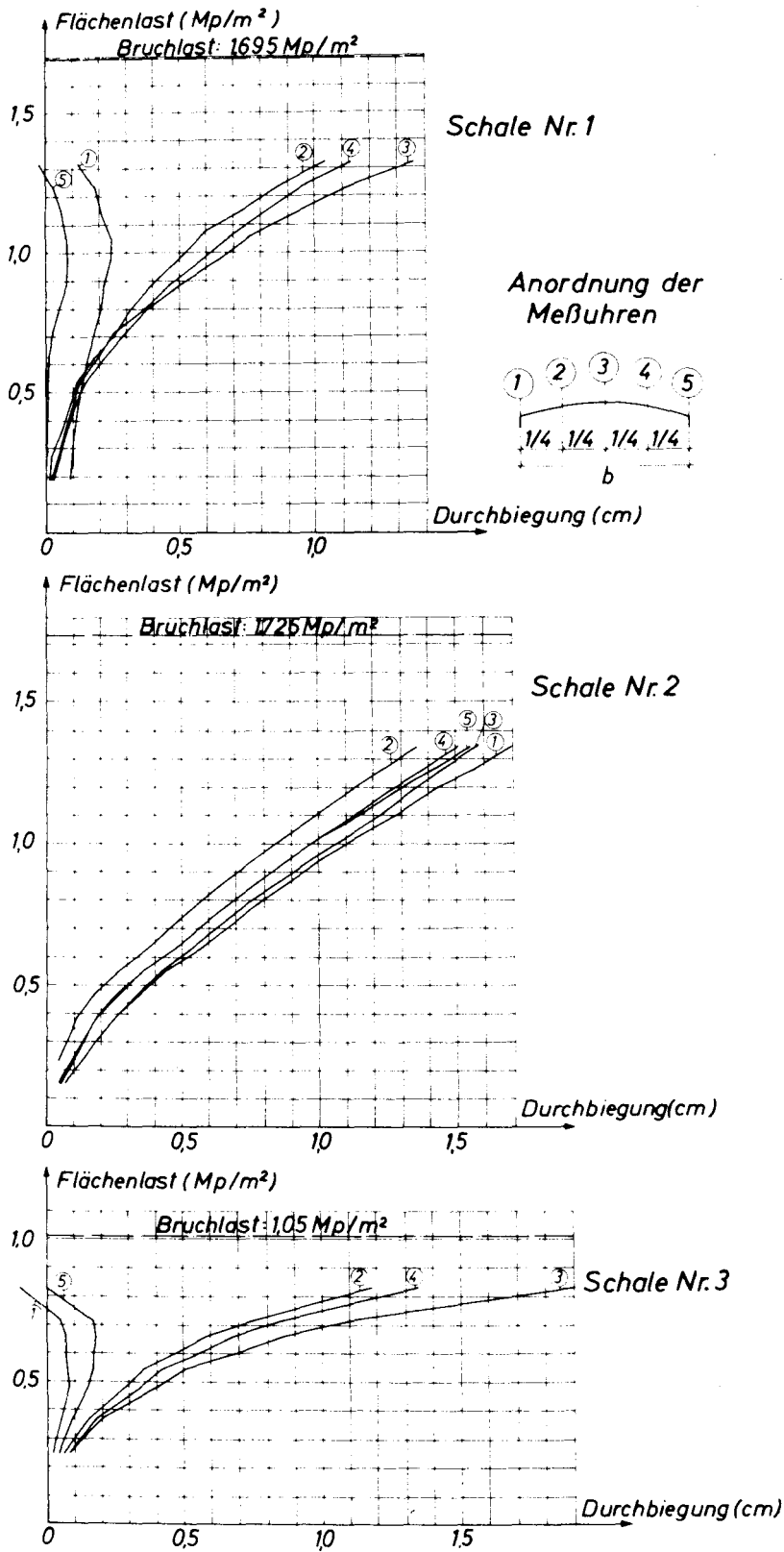
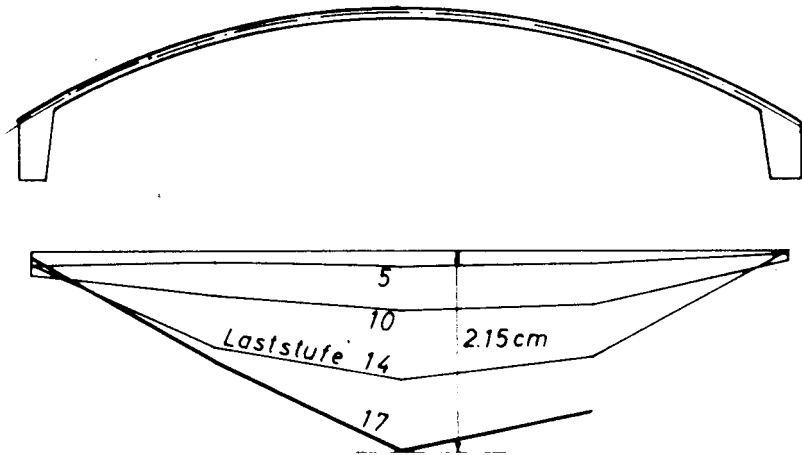
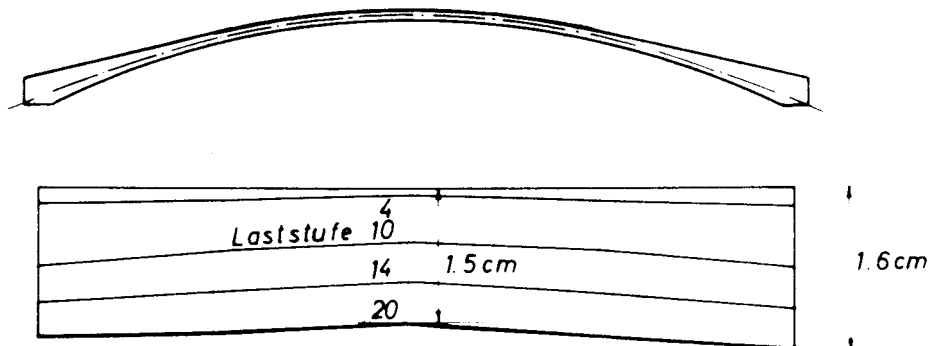


Bild 9

### Versuchsschale Nr. 1



### Versuchsschale Nr. 2



### Versuchsschale Nr. 3

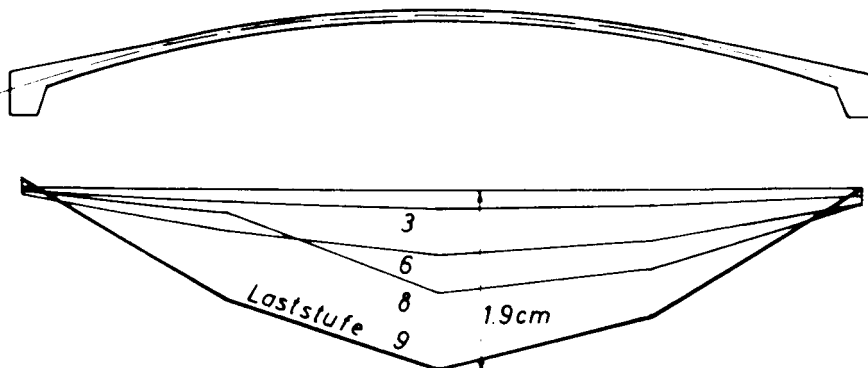


Bild 10

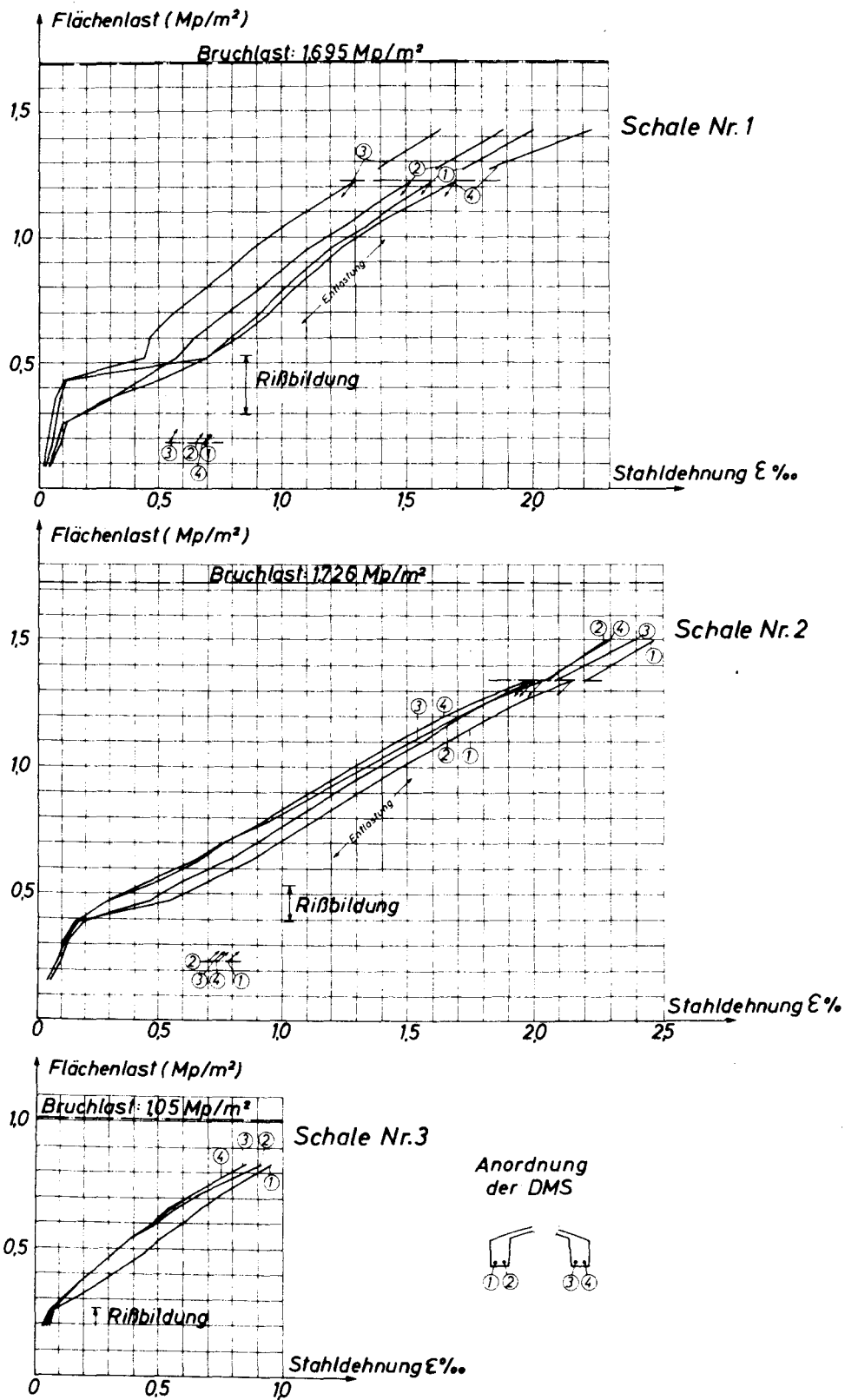


Bild 11

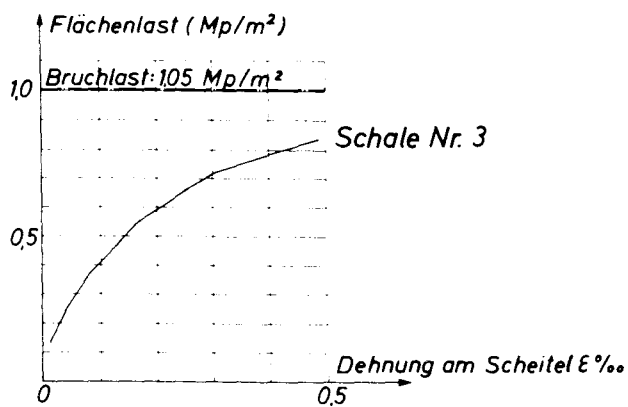
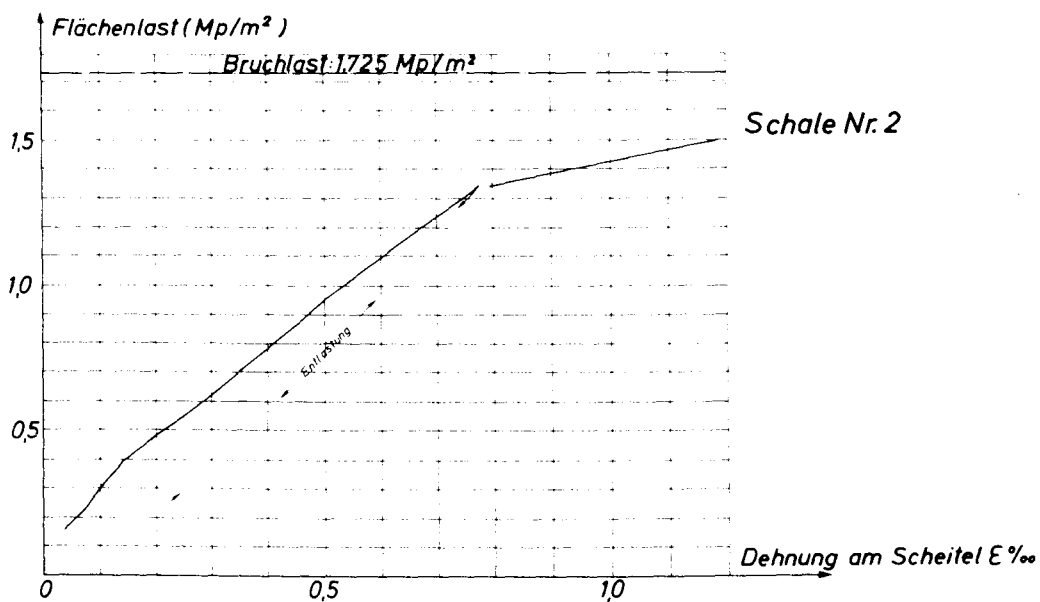
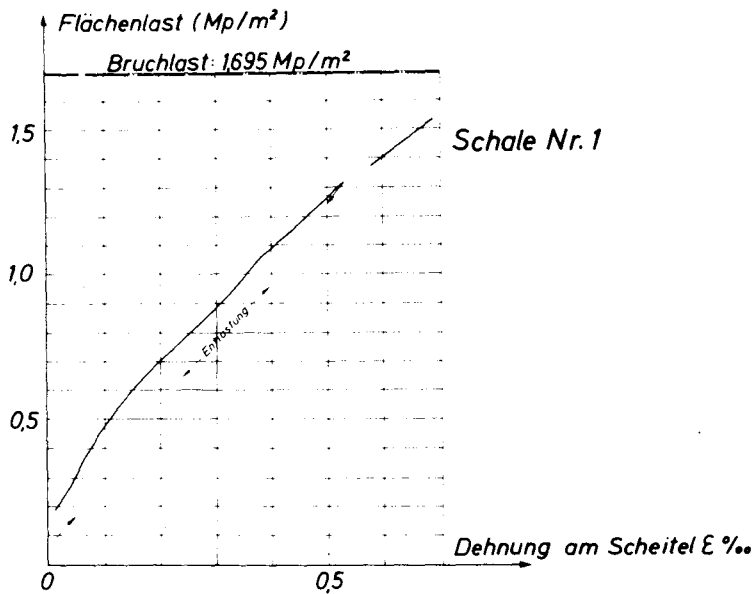
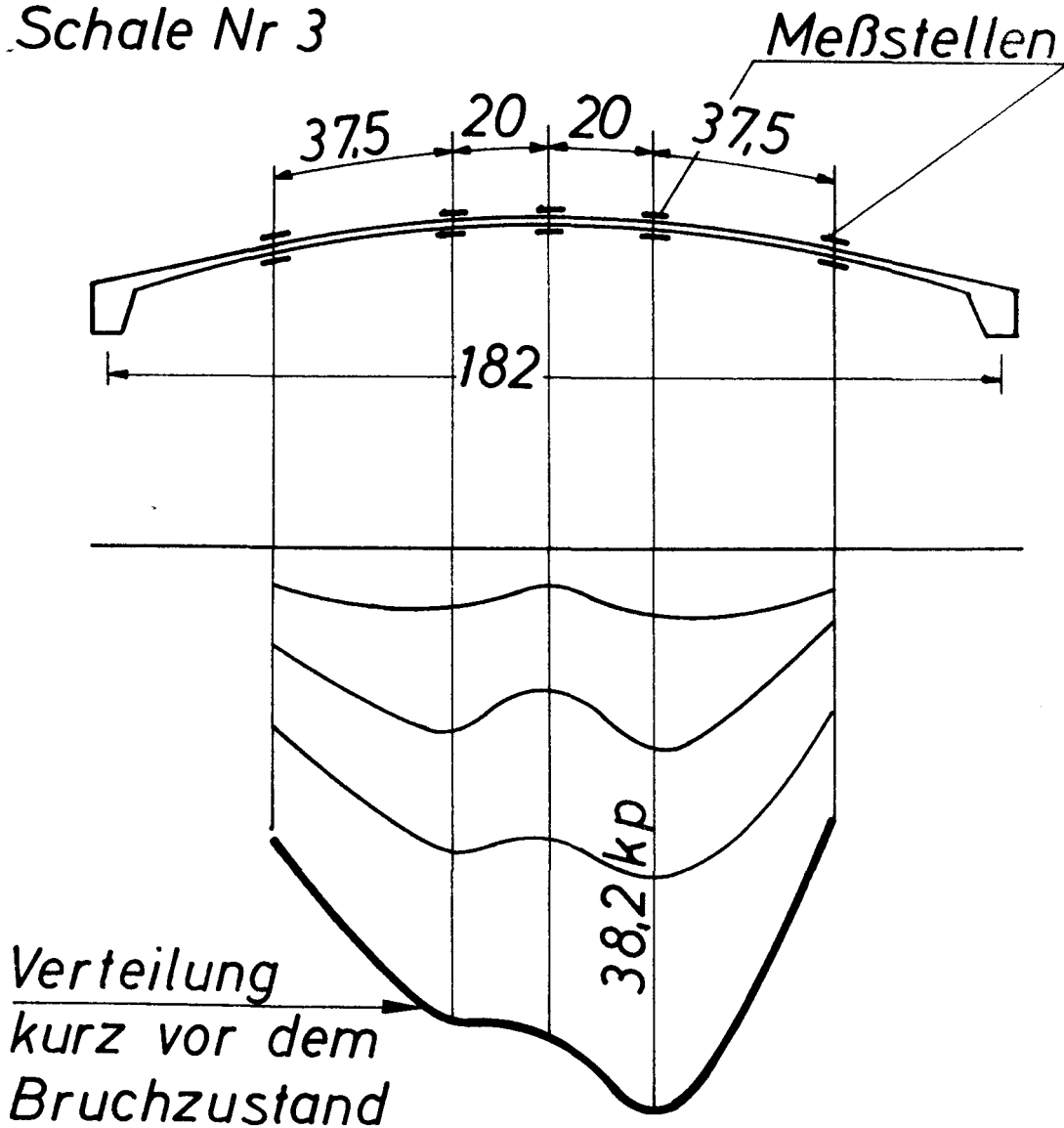


Bild 12

Schale Nr 3



**Gemessene  $M_y$ -Momente**

Bild 13



können. Daß es sich in diesem Falle tatsächlich um einen echten Stabilitätsfall handelte, zeigen die Stahldehnungs-Meßergebnisse, nach denen die Stahlspannungen im Bruchzustand weit unter der Fließgrenze lagen (siehe Bild 11).

### 3. Deutung und Auswertung der gewonnenen Ergebnisse

#### 3.1 Allgemeines

Wie bekannt, erfahren dünnwandige, flache Schalentragswerke bis zum Erreichen des Bruchzustandes erhebliche Deformationen. Um das tatsächliche Tragverhalten solcher Tragwerke zu beschreiben, sind diese Deformationen bei einem rechnerischen Nachweis zu berücksichtigen. Der Berücksichtigung großer Deformationen kommt dabei eine besondere Bedeutung zu, wenn die Konstruktion stabilitätsgefährdet ist.

Bei den untersuchten flachen Stahltonnenschalen kann zwischen zwei Brucharten unterschieden werden, nämlich

- a) Versagen infolge Spannungsüberschreitung in der Betondruckzone oder in der Stahleinlage,
- b) Stabilitätsverlust.

Im Falle a) handelt es sich um ein Spannungsproblem, wobei angenommen wird, daß das Versagen durch den mittleren Querschnitt bedingt ist.

Im Falle b) kann der Stabilitätsverlust entweder durch Ausbeulen der Betondruckzone oder durch Verflachung infolge des Brazier-Effektes eintreten (s. Bild 14). Beide Stabilitätsfälle sind bisher lediglich nach der Elastizitätstheorie behandelt und für die einfachsten Fälle in geschlossener Form dargestellt worden [3], [9], [11], [12]. Ein Vergleich dieser Lösungen ergibt, daß die kritische Druckspannung im Falle des Brazier-Effektes nur ein Drittel der kritischen Beulspannung beträgt.

Berücksichtigt man, daß bei Stahlbeton-Tonnenschalen wegen der versagenden Zugzone des mittleren Querschnitts die Biegebeanspruchung des Schalensegmentes eine größere Rolle spielt als die evtl. geringfügig

exzentrische Druckbeanspruchung, wie sie sich nach der Elastizitätstheorie ergibt, (dieser Zustand tritt wohl nur unter Gebrauchslast auf), so kann man den folgenden Untersuchungen den Verflachungseffekt als Gedankenmodell zugrunde legen. Es ist dabei möglich, zwischen Spannungsproblem und Stabilitätsverlust zu unterscheiden.

### 3.2 Rechenverfahren zur Bestimmung der Traglast [4]

#### 3.21 Annahmen

a) Die untersuchte Tonnenschale ist lang genug, um den störenden Einfluß der Binderscheiben zu vernachlässigen und die Gültigkeit der Bernoulli-Navier-Hypothese anzunehmen.

Diese Bedingungen erfüllt eine Tonnenschale nach den im Institut durchgeführten Kleinmodellversuchen an Aluminium-Tonnenschalen [4] etwa von einem Seitenverhältnis von 1 : 5 (Breite : Länge) ab. Es wurde jedoch an Hand der Asbestzement-Kleinmodellversuche festgestellt, daß die versagende Zugzone diese Grenze erheblich herabsetzt. Ein ähnlicher Effekt wurde bei den beschriebenen Mikrobeton-Schalenversuchen beobachtet.

b) Die maßgebenden mittleren Querschnitte des Schalenbalkens befinden sich vom Beginn der Belastung an im gerissenen Zustand.

Diese Annahme läßt das tatsächliche Tragverhalten des betrachteten Schalenbalkens bei kleinen Lasten außer acht; der Gebrauchszustand soll jedoch hier nicht näher untersucht werden.

c) Das Versagen tritt bei relativ niedrigen Betonspannungen der Druckzone ein, so daß die Veränderlichkeit des E-Moduls für die Bestimmung der Steifigkeitszahlen vernachlässigt werden darf.

Diese Annahme besagt, daß das Versagen des mittleren Biegequerschnitts durch das Fließen der Längsbewehrung erfolgt. Dies bedeutet jedoch keine Beschränkung, da die untersuchten Stahlbeton-Tonnenschalen in der Regel als Dachelemente dienen, die gewöhnlich unterbewehrt sind.

d) der Schalenteil des Querschnitts ist flach genug, um die Annahmen

$$\operatorname{tg} \varphi \approx \sin \varphi \approx \varphi \quad (1a)$$

und

$$s \approx b \quad (1b)$$

zu erfüllen.

e) Der Schalenteil des deformierten Querschnitts kann in jeder Phase der Belastung als flacher Kreisbogen aufgefaßt werden.

Da diese Annahme nur zur Bestimmung der Gesamtsteifigkeit des Querschnitts verwendet wird, beinhaltet sie eine nur geringfügige Abweichung von der Wirklichkeit.

f) Es wird angenommen, daß die evtl. vorhandenen Randglieder des Schalenquerschnitts der Bedingung von

$$d \leq 2,0 f_0 \quad (2)$$

entsprechen.

Durch diese Beschränkung können Fälle, bei denen evtl. eine Beulgefahr der Druckzone größer werden würde als die Wirkung des hier betrachteten Brazier-Effektes, abgegrenzt werden.

### 3.22 Bestimmung der Deformationsgleichungen

Zu den nachfolgenden Ableitungen finden sich die nötigen Bezeichnungen in Bild 14.

Entsprechend dem Gesetz vom Ebenbleiben der Querschnitte kann die Nulllinienlage aus der Gleichheit der statischen Momente von Druck- und Zugzone bestimmt werden:

$$\frac{2}{3} R^2 h \varphi_x^3 + n F_e R \varphi_x^2 - n F_e (2d + R \varphi_x^2) = 0 \quad (3)$$

Ist  $\varphi_x$  aus Gl. (3) ermittelt, kann das Trägheitsmoment des Querschnitts nach Stadium II errechnet werden:

$$J = 0,267 R^3 h \varphi_x^5 + 2 n F_e \left( \frac{R \varphi_x^2}{2} - \frac{R \varphi_x^2}{2} + d \right)^2 \quad (4)$$

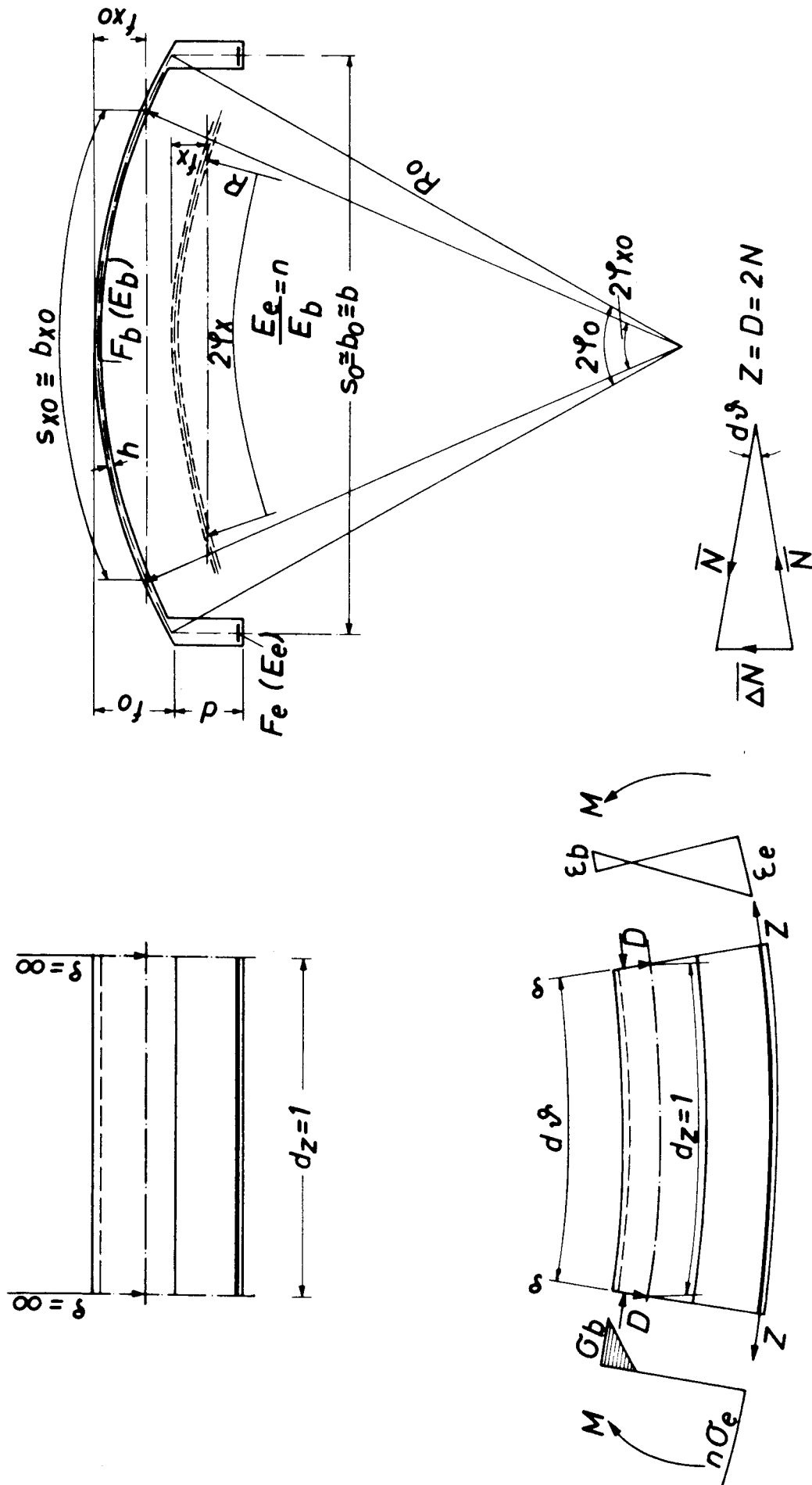


Bild 14

Die am Schalenrand auftretende Zugkraft wird dann:

$$N = \frac{M}{J} \left( \frac{R\varphi^2}{2} - \frac{R\varphi_x^2}{2} + d \right) n F_e \quad (5)$$

Veranschaulicht man sich das innere Gleichgewicht eines aus der Schale herausgeschnittenen, gekrümmten Elementes ( $dx = 1$ ) (siehe Bild 14), so sieht man, daß die am Element von der rechten bzw. linken Seite angreifenden Zug- bzw. Druckkräfte eine nach oben bzw. unten gerichtete, von der Längskrümmung abhängige Resultierende haben. Diese Resultierenden bleiben innerhalb eines Querschnitts im Gleichgewicht. Der Querschnitt erfährt jedoch durch deren Wirkung eine Querbiegung. Bezeichnet man die Resultierende nach Bild 14 mit  $\Delta N$ , so kann man sie aus der Ähnlichkeit zwischen dem Vektordreieck und dem Dreieck ABC nach Bild 14 folgendermaßen bestimmen:

$$\Delta N : N = 1 : \rho \quad (6)$$

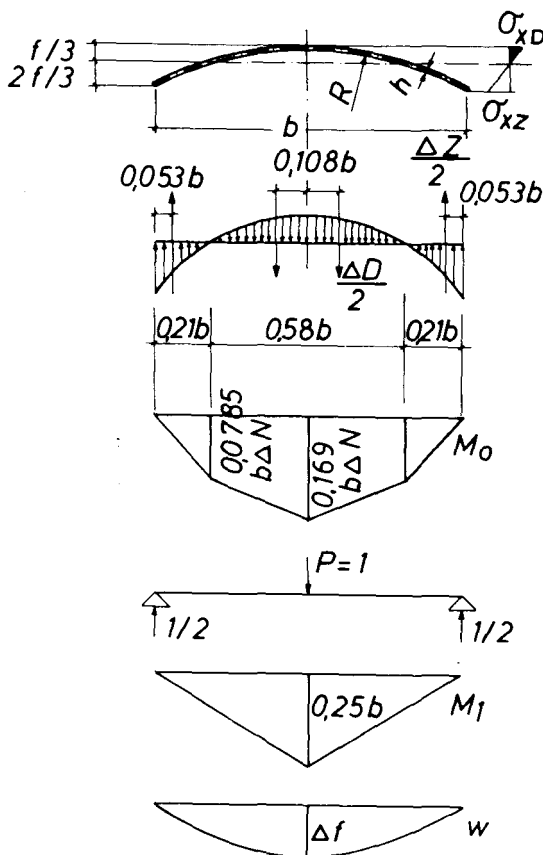
Für die rechte Seite Gl. (6) gilt bekanntlich:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EJ} \quad (7)$$

so daß sich  $\Delta N$  nach Gl. (6) wie folgt ausdrücken läßt.

$$\Delta N = \frac{MN}{EJ} \quad (8)$$

Nachdem somit die auf den Querschnitt wirkenden Biegekräfte bekannt sind, kann nun die von ihnen erzeugte Querdeformation bestimmt werden. Hierbei wird für die Verteilung der aus der Druckzone entstehenden, nach unten gerichteten Resultierenden vereinfachend angenommen, daß sie parabolförmig verteilt seien. Weiterhin wird



der so entstandene Querbiegemomentenverlauf geradlinig begrenzt, so daß sich nach Zwischenrechnungen die Durchbiegung des Scheitelpunktes zu

$$\Delta f = \frac{4\Delta NR^3}{Ek^3} \left[ (\varphi - \varphi_x/3)^3 + \varphi(\varphi - \varphi_x/3)(\varphi - \varphi_x/6) \right] \quad (9)$$

ergibt (siehe Bild 15).

Führt man nun folgende Parameter ein:

$$\frac{R_o}{h} = \rho_o \quad \text{Krümmungsparameter}$$

$$\frac{d}{f_o} = \delta \quad \text{bezogene Randträgerhöhe}$$

$$\frac{nF_e}{bh} = \mu \quad \text{Bewehrungsgehalt}$$

$$\frac{E_e}{E_b} = n \quad (\text{nach Stadium II})$$

$$\frac{\sigma_{ep}}{nE_b} = \varepsilon \quad \text{Fließdehnung des Stahls}$$

$$\frac{\varphi_x}{\varphi} = \phi \quad \text{bezogene Nulllinienlage}$$

$$\frac{\Delta f}{f_o} = \chi \quad \text{Durchbiegungsparameter}$$

so können Gln. (3) und (4) auf folgende dimensionslose Form gebracht werden.

$$\frac{1}{3} \phi^3 + \mu \phi^2 - \mu \left( \frac{\delta}{1-\chi} + 1 \right) = 0 \quad (10)$$

$$\frac{\rho_o}{j} = \left( \frac{\varphi_o}{\varphi} \right)^2 \chi \quad (11)$$

wobei

$$\chi = \frac{0,267 \phi_0^5 + \mu (1 - \phi_0^2 + \delta)^2}{0,267 \phi^5 + \mu (1 - \phi^2 + \frac{\delta}{1-\kappa})^2} \quad (12)$$

ist. Um die Kraftgrößen zu entdimensionieren, wird ein Grenzmoment des Querschnitts über die max. mögliche Stahlzugkraft folgenderweise definiert:

$$M_{\text{GRENZ}} = \frac{\sigma_{\text{eff}} I_0}{\left( \frac{R_o \gamma_0^2}{2} - \frac{R_o \gamma_{x0}^2}{2} + d \right) n} \quad (13)$$

Da der deformierte Querschnitt dieses Grenzmoment infolge Abminderung des Hebelarmes oder wegen eines frühzeitigen Stabilitätsverlustes nie erreichen kann, wird der Abminderungsfaktor des Grenzmomentes wie folgt definiert:

$$\alpha = \frac{M}{M_G} \leq 1,0 \quad (14)$$

Durch den eingeführten Abminderungsfaktor nach Gl. (14) kann schließlich auch die Deformationsgleichung (9) in dimensionsloser Form dargestellt werden:

$$\kappa (1 - \kappa)^3 = 32 \alpha^2 \varepsilon^2 \mu \chi \omega \phi_0^2 \lambda \quad (15)$$

wobei

$$\omega = \frac{1 - \phi^2 + \frac{\delta}{1-\kappa}}{(1 - \phi_0^2 + \delta)^2} \quad (16a)$$

$$\lambda = (1 - \phi/3)^3 + \phi (1 - \phi/3) (1 - \phi/6) \quad (16b)$$

sind. Ebenso können die Spannungsgrößen auch in dimensionsloser Form

dargestellt werden:

$$\frac{\sigma_e}{\sigma_{ep}} = \sigma_e^* = \frac{\alpha}{1-\alpha} \chi \Omega \quad (17)$$

$$\frac{\sigma_b}{\sigma_e} \cdot n = \sigma_b^* = \alpha \chi \frac{1}{1-\alpha} \Lambda \quad (18)$$

Hierbei wurden folgende weiteren Abkürzungen eingeführt:

$$\Omega = \frac{1-\phi^2 + \frac{\delta}{1-\alpha}}{1-\phi_0^2 + \delta} \quad (19)$$

$$\Lambda = \frac{\phi^2}{1-\phi_0^2 + \delta} \quad (20)$$

Da die Gleichungen ihre Gültigkeit immer dann verlieren, wenn die Nulllinie in den Randträgern liegt, müssen folgende max. Bewehrungsprozent-sätze beachtet werden:

$$\mu_{max} \leq 0,236 \sqrt{1+\delta} \quad (21a)$$

$$\mu_{max} \leq \frac{1}{3\delta} \quad (21b)$$

### 3.23 Auswertung der gewonnenen Ergebnisse

a) Fall  $d = 0$

Für diesen Fall können in Gl. (15) folgende Vereinfachungen vorgenommen werden:

$$\delta = 0 \quad (22a)$$

$$\phi = \phi_0 = \text{konst.} \quad (22b)$$

$$\chi = 1,0 \quad (22c)$$

$$\omega = \frac{1}{1-\phi_0^2} \quad (22d)$$



so daß - die geometrischen Konstanten seien mit A bezeichnet - die folgende stark vereinfachte Gleichung entsteht:

$$\kappa (1 - \kappa)^3 = A \kappa^2 \quad (23)$$

Stellt man diese Gleichung dar, ergibt sich aus dem Kurvenverlauf (siehe Bild 16), daß die Größe  $A \kappa^2$  den max. Wert von

$$(A \kappa^2)_{\max} = 0,1055 \quad (24)$$

betragen kann. Erreicht der Querschnitt den der Gl. (24) entsprechenden Deformationszustand, so schlägt er durch.

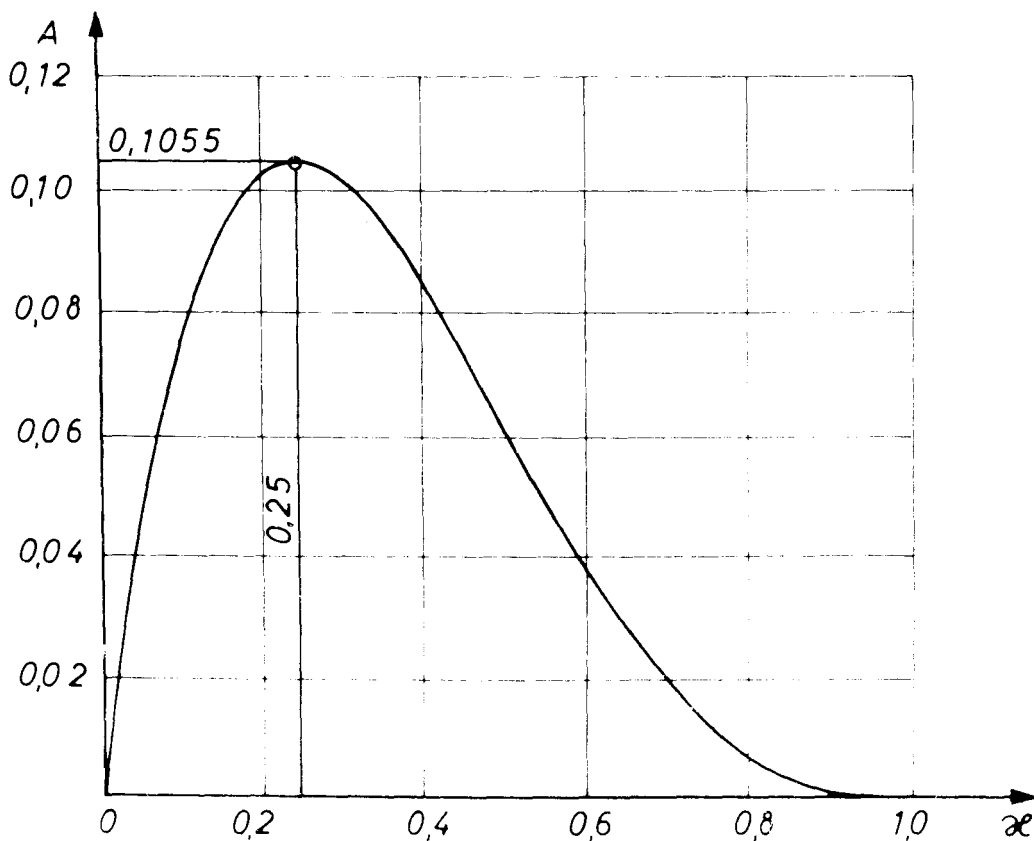


Bild 16

Stabilitätsfälle können auch dadurch gekennzeichnet werden, daß bei ihnen die Stahlspannung die Fließgrenze nicht erreichen kann. Setzt man diese Bedingung in Gl. (17) ein, dann ergibt sich, daß im Stabilitätsfall der in Gl. (14) definierte Abminderungsfaktor

$$\alpha \leq 0,75 \quad (25)$$

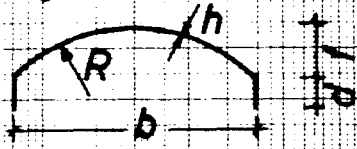
wird.

b) Fall  $d \neq 0$

Für Querschnitte mit Randgliedern müssen Gln. (10), (15) in ihrer vollständigen Form ausgewertet werden. Diese Auswertearbeiten wurden für einige praktische Fälle mittels Computer im Deutschen Rechenzentrum, Darmstadt, durchgeführt. Die Rechenergebnisse sind in den Bildern 17 bis 22 dargestellt. Aus den angeführten Diagrammen sieht man, daß sich im Falle  $\delta = 2$  ein wesentlicher Abminderungseffekt - entsprechend Annahme f) - lediglich bei extrem großen Verhältnissen Radius zu Schalendicke einstellt. In den Diagrammen wurde für jeden Wert von  $\delta$  die Grenzlinie zwischen Stabilitäts- und Traglastfällen sowie die einer Scheitelspannung von  $200 \text{ kg/cm}^2$  entsprechende Linie dargestellt.

Legt man eine Sicherheitszahl von 1,75 zugrunde, so dürften eigentlich keine Schalenkonstruktionen ausgeführt werden, bei denen  $\alpha > 0,9$  ist, da das Grenzmoment (siehe Gl. (13)) nach der Fließspannung der Stahleinlage definiert wurde. Bei diesem Kriterium wurde aber die in der Praxis immer vorhandene Längsbewehrung des Schalenteils außer acht gelassen und vorausgesetzt, daß die Stahlspannungen der Längsbewehrung an der zulässigen Grenze (für Stahl IIIb bei  $\sigma = 2400 \text{ kg/cm}^2$ ) liegen. Es sollte daher die Stabilitätsgrenze als maßgebende Sicherheitsgrenze eingeführt werden. Schalenkonstruktionen, die unter der Stabilitätsgrenze liegen und im Gebrauchszustand voll ausgenutzt sind, hätten keine ausreichende Sicherheit, da sie gegen Ausführungsfehler und Kriecheinflüsse außerordentlich empfindlich sind.

Bezeichnungen:



$$\delta = 0$$

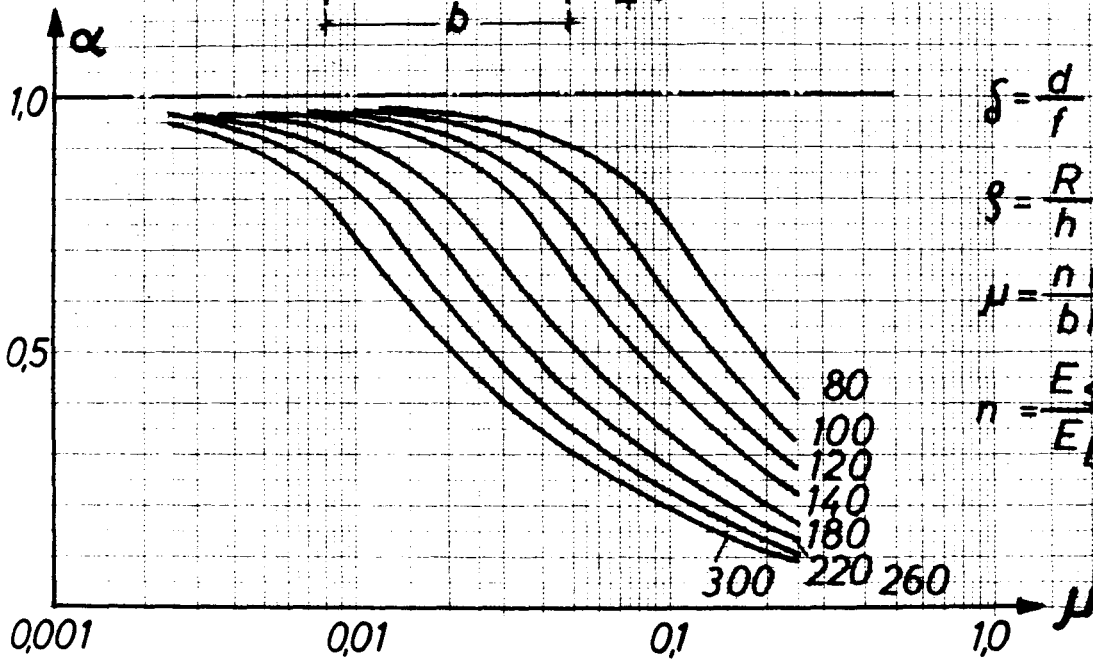
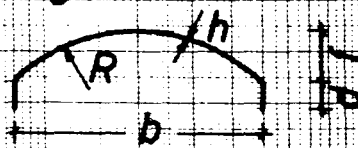


Bild 17

Bezeichnungen:



$$\delta = 0.2$$

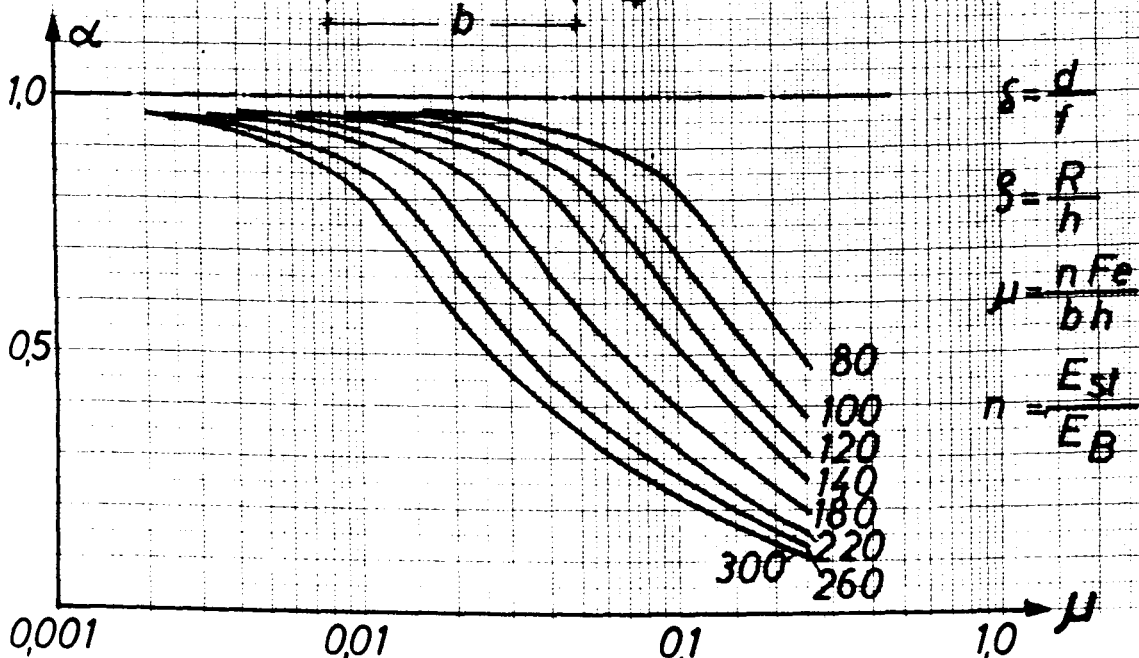


Bild 18

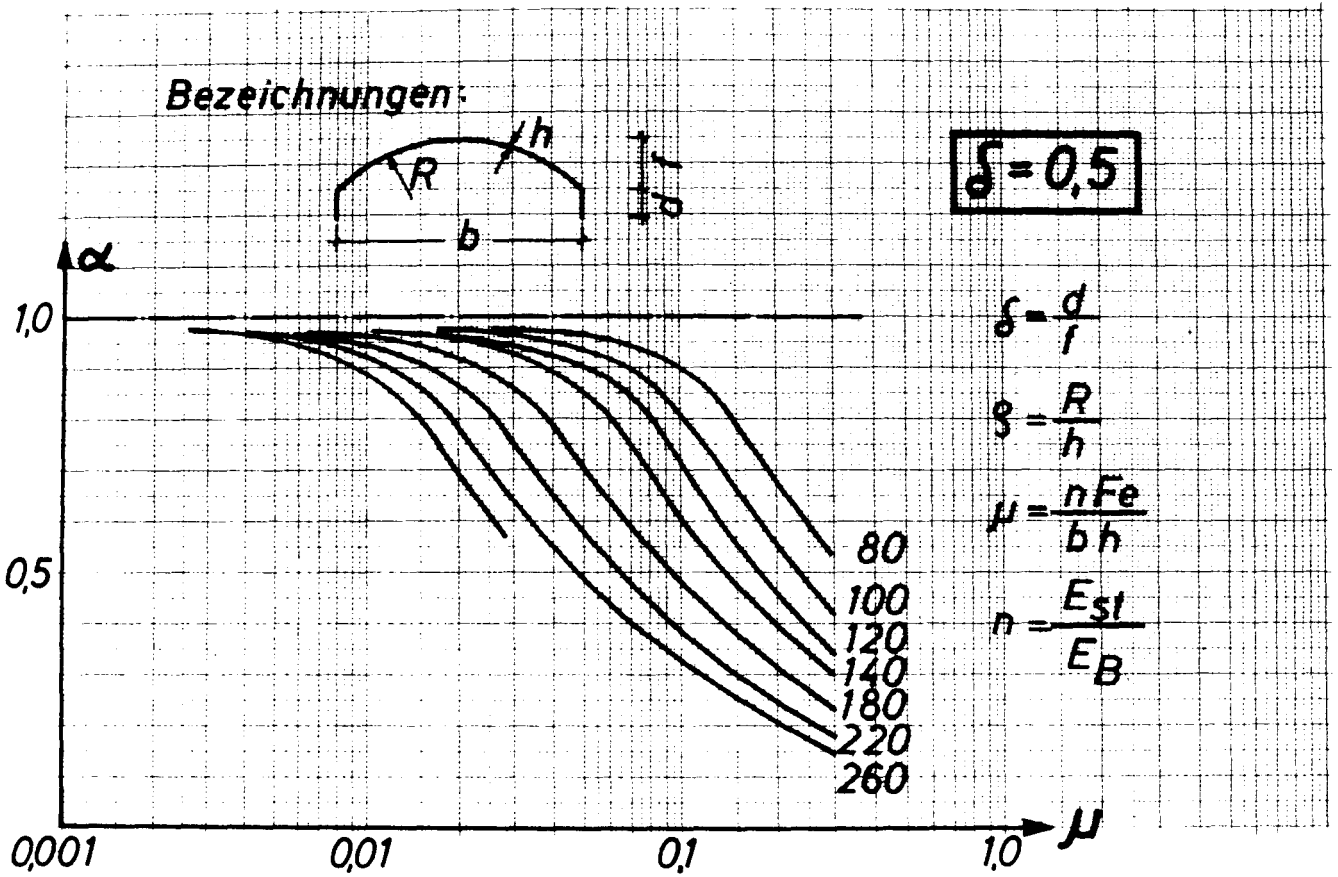


Bild 19

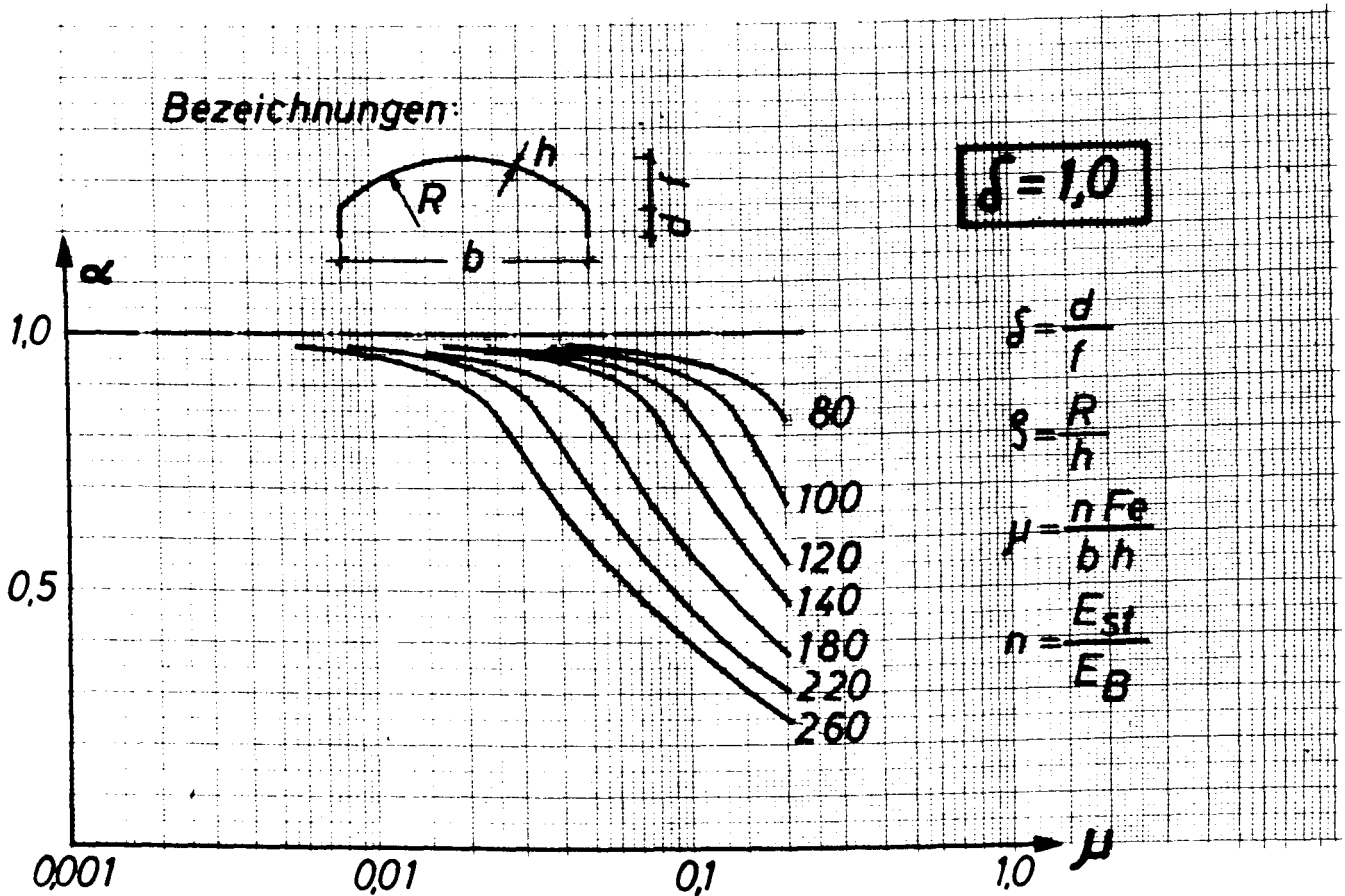


Bild 20

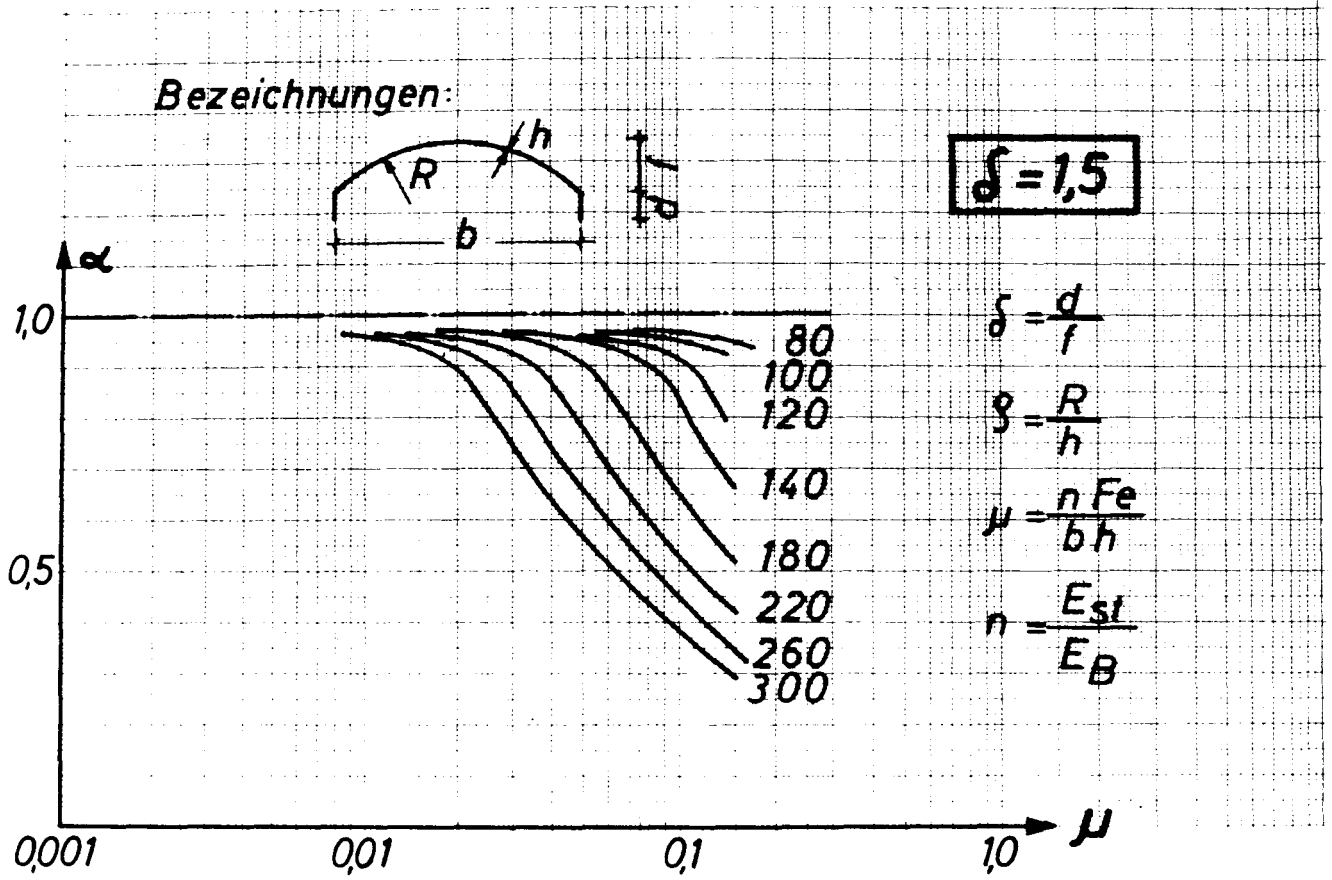


Bild 21

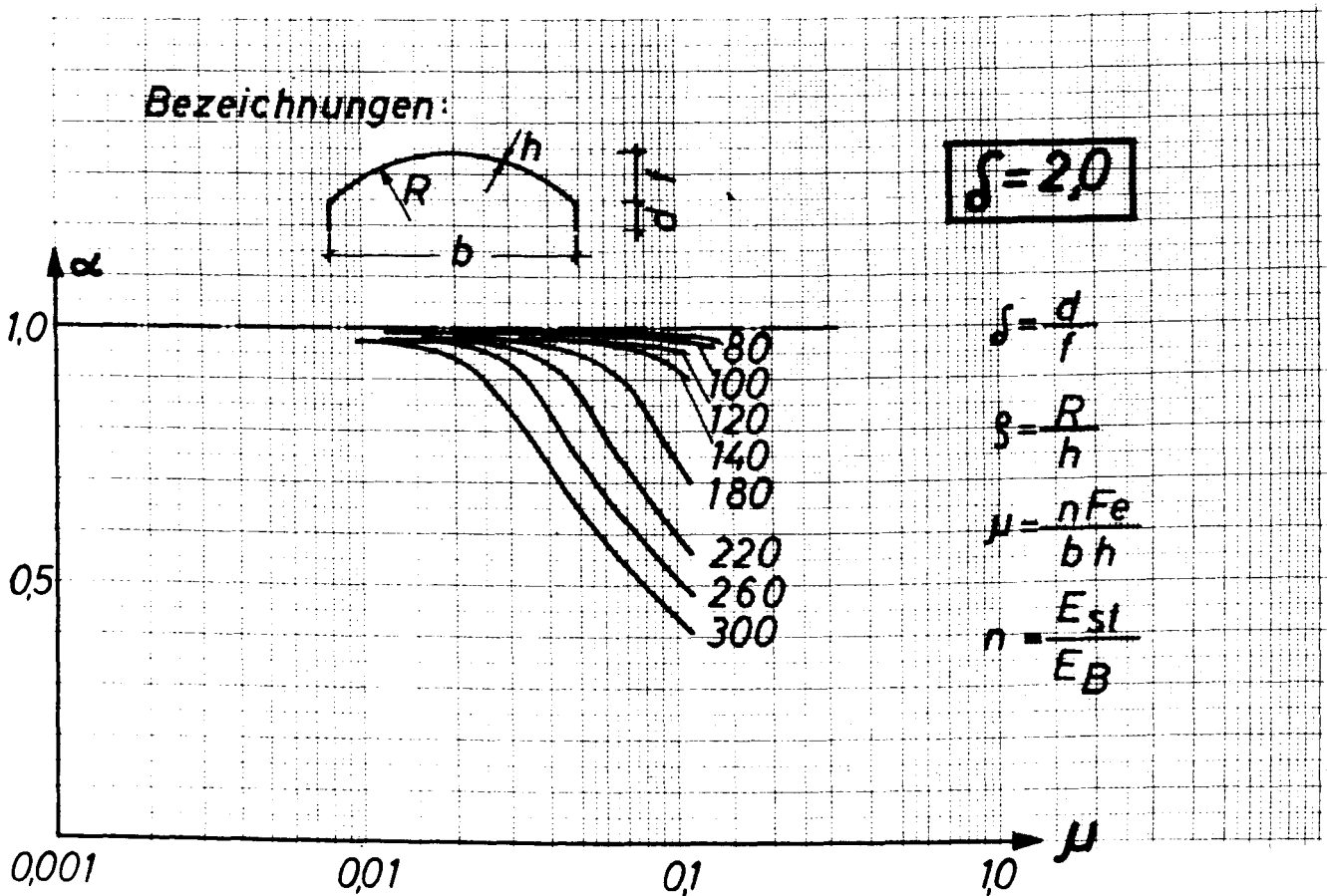


Bild 22

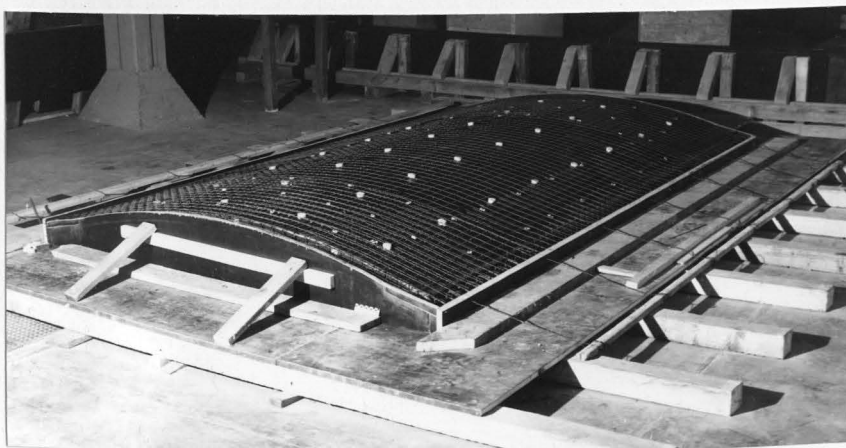
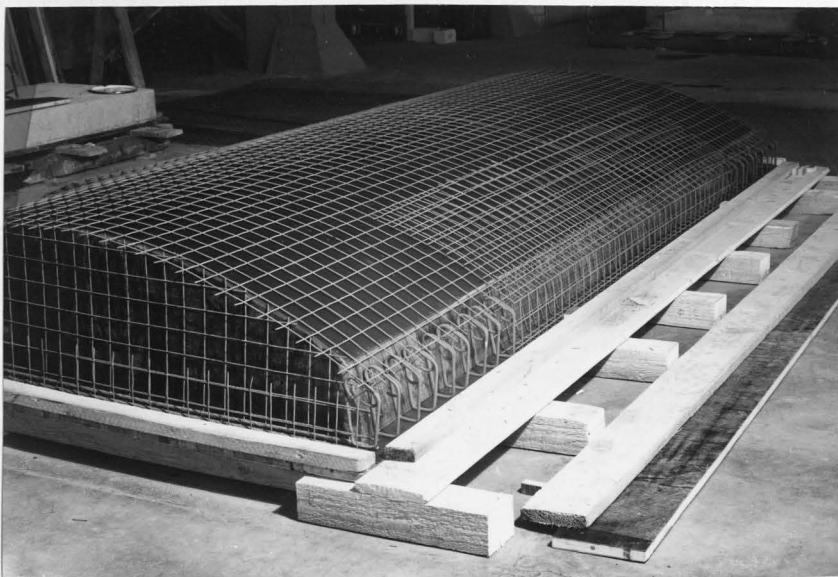
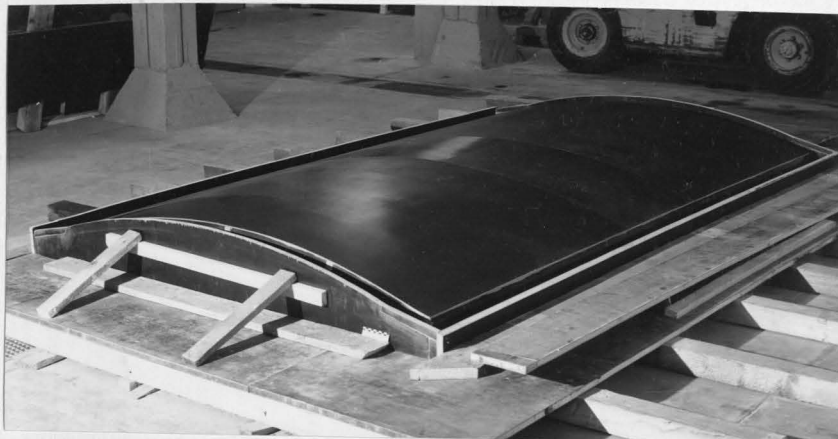
4. Auswertung der Versuchsergebnisse mit Hilfe des in 3.2  
angeführten Rechenverfahrens

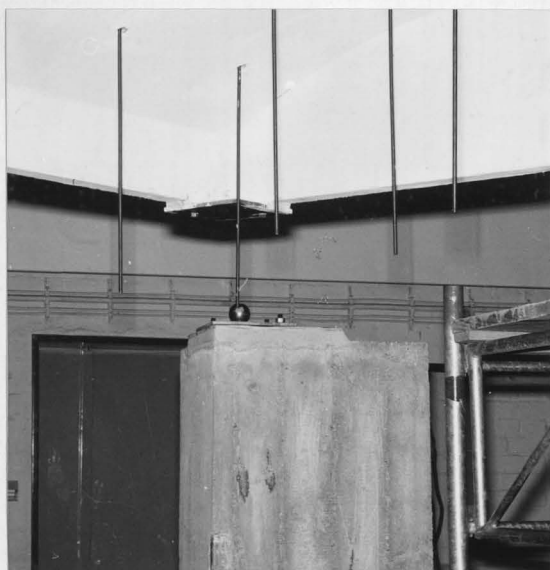
Für die geprüften Versuchsschalen wurde die Traglast nach 3.2 ermittelt. In  
der nachfolgenden Tabelle IV sind die errechneten und gemessenen  $\alpha$ -Werte  
zusammengefaßt.

T a b e l l e   I V

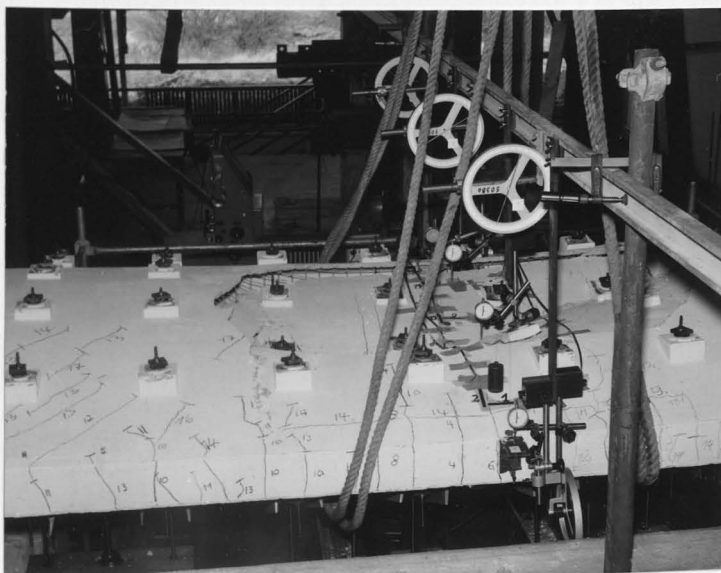
Schale Nr.		$\xi$	$\delta$	$\mu$	$\phi$	$\alpha_{\text{rechn}}$	$M_{\text{Bruch}}$ $[Mpm]$	$\alpha_{\text{tats}}$
1	2 x 2 Ø 8	90	0,70	0,039	0,553	0,96	3,07	1,01
2	2 x 2 Ø 10	90	0	0,05615	0,520	0,87	3,12	1,18
3	2 x 2 Ø 12	170	0,55	0,0875	0,6708	0,55	2,40	0,55

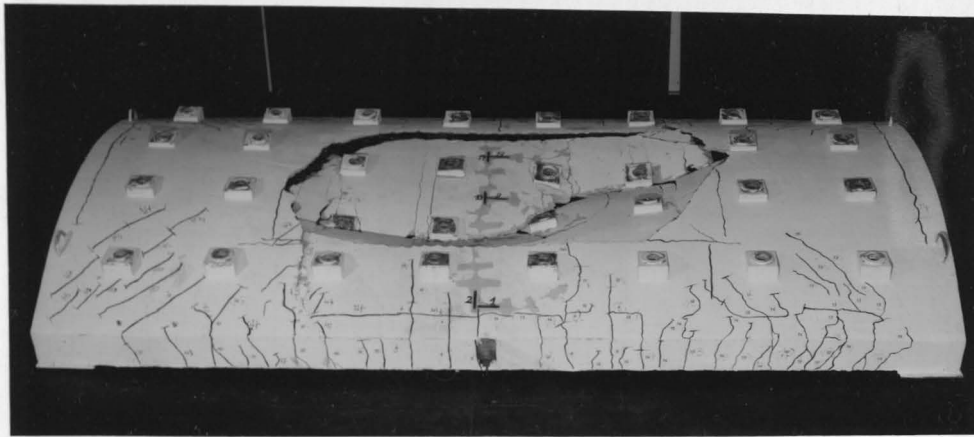
7. Feb. 1974

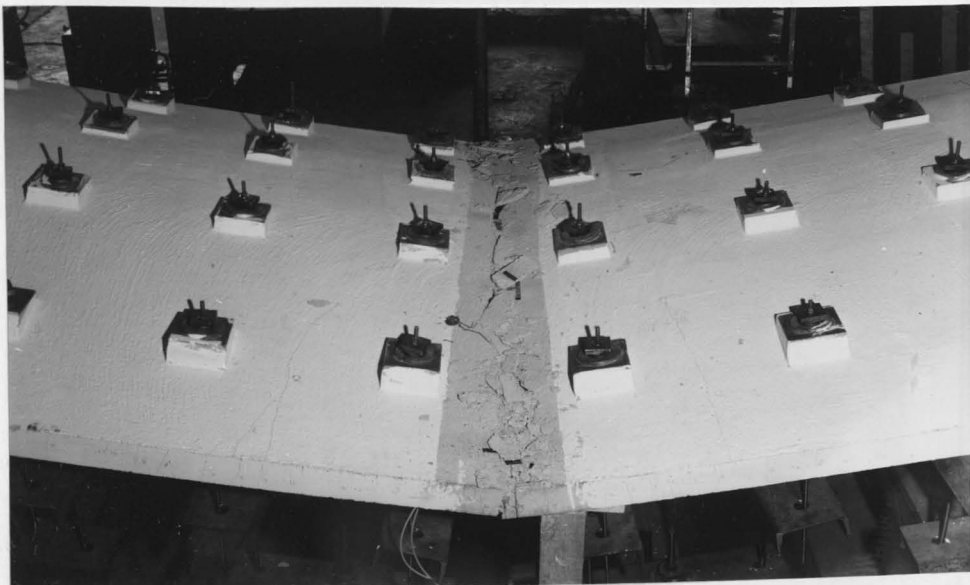
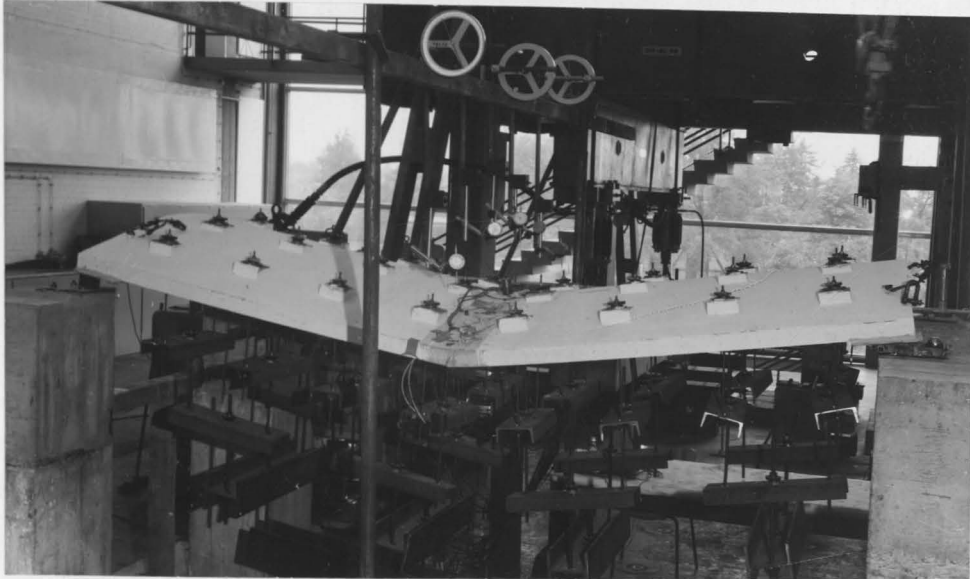


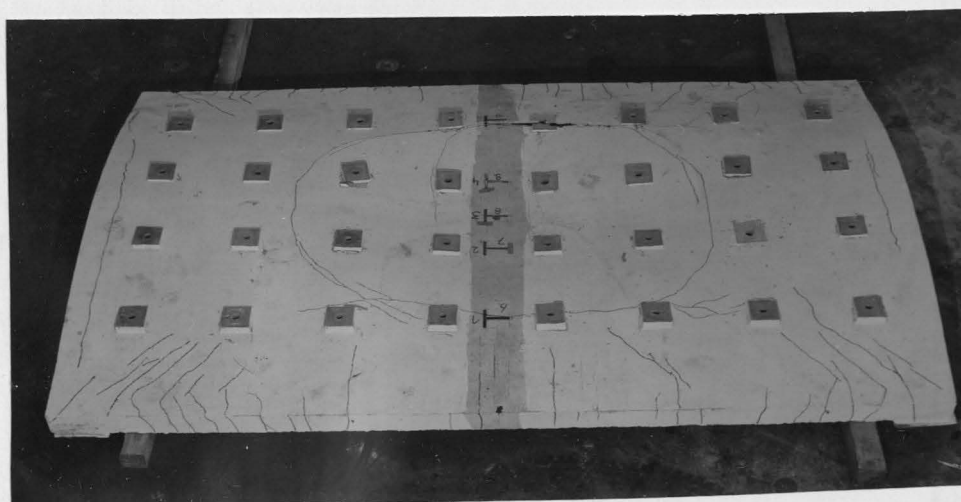
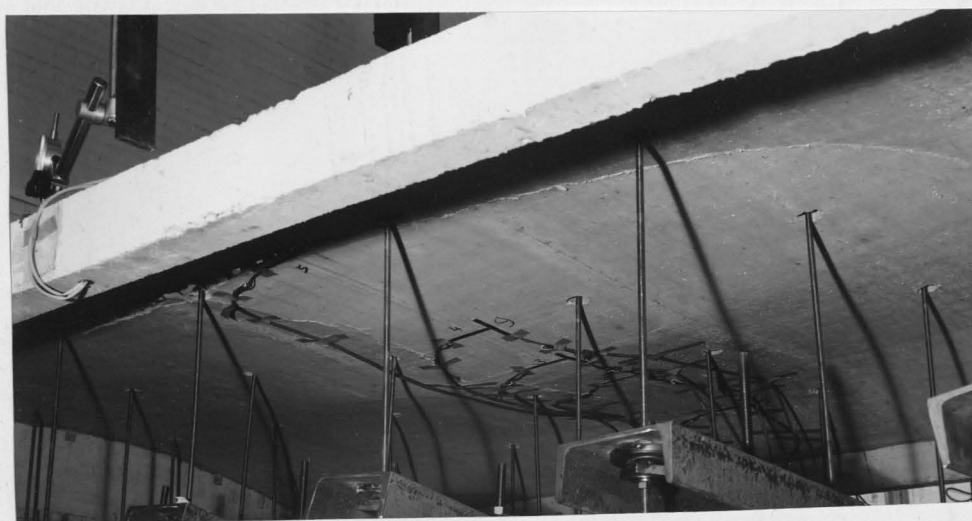
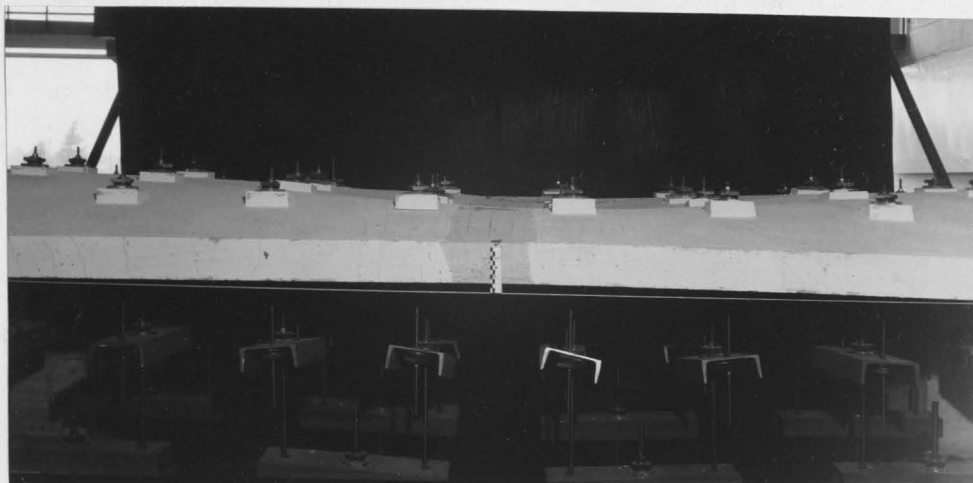












7. Feb. 1974